

MSc

2.º  
CICLO

FCUP  
2017

U.PORTO

Provisões técnicas em seguros não vida:  
uma análise *micro-level*

Maria Sofia Soares Ribeiro

FC



# Provisões técnicas em seguros não vida: uma análise *micro-level*

Maria Sofia Soares Ribeiro

Relatório de estágio apresentado à  
Faculdade de Ciências da Universidade do Porto  
em Engenharia Matemática

2017





# Provisões técnicas em seguros não vida: uma análise *micro-level*

Maria Sofia Soares Ribeiro

Mestrado em Engenharia Matemática

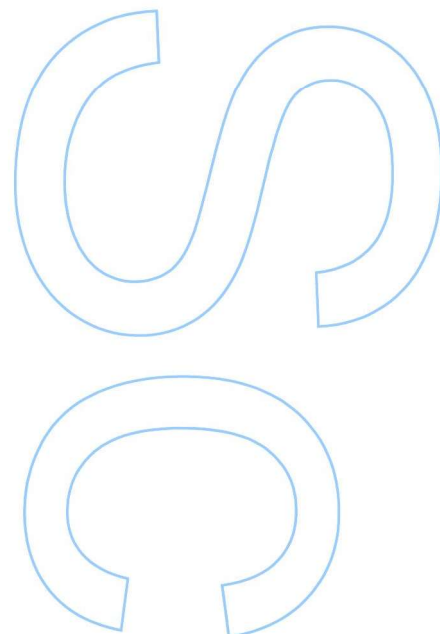
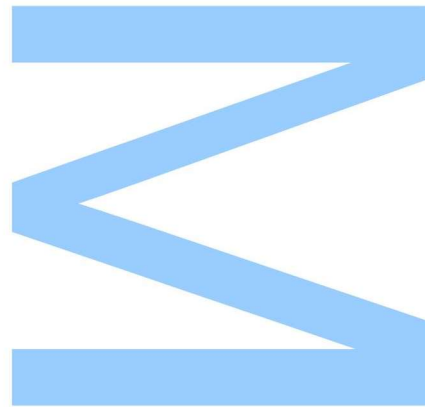
Departamento de Matemática

2017

## **Orientadoras**

Maria do Carmo Guedes, Professora Auxiliar Aposentada, FCUP

Margarida Brito, Professora Associada, FCUP



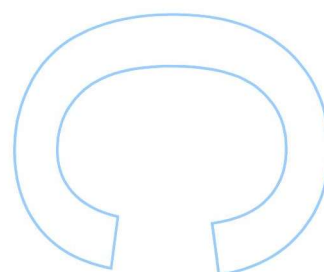
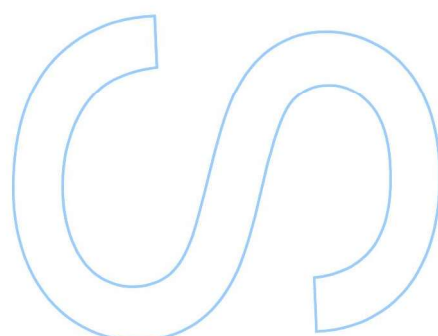
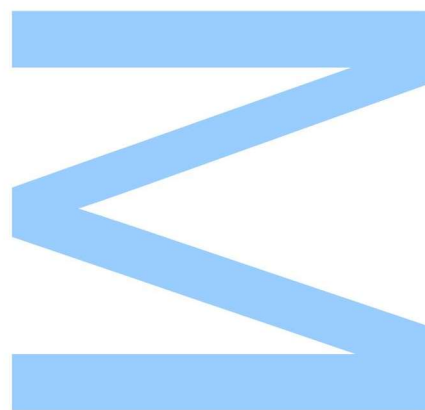




Todas as correções determinadas pelo júri, e só essas, foram efetuadas.

O Presidente do Júri,

Porto, \_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_





# Resumo

Na gestão de uma empresa de seguros é essencial a constituição de provisões técnicas que permitam assegurar o cumprimento das obrigações firmadas com os segurados nos contratos efetuados. O novo Regime Solvência II, que entrou em vigor no início do ano de 2016, trouxe novas exigências na análise das provisões técnicas, promovendo assim o desenvolvimento de modelos matemáticos que façam frente às novas exigências.

Partindo de um conjunto de dados relativo a uma carteira de seguros não vida, neste projeto são estudados e aplicados modelos para a estimativa de provisões relativas aos custos com sinistros.

Grande parte dos métodos existentes para cálculo da reserva consideram os custos com sinistros agregados em triângulos *run-off*, ignorando a informação relevante que uma análise individual dos diferentes eventos que ocorrem ao longo do desenvolvimento de um processo de sinistro possa fornecer e que, se considerada, provavelmente, permite uma estimativa da reserva mais próxima da realidade. A esta análise detalhada do sinistro dá-se o nome de análise *micro-level*.

O modelo *micro-level* abordado é um modelo estocástico que considera que o número de sinistros que ocorre num dado período de tempo pode ser modelado por um processo de Poisson marcado. Para definir o processo é necessário modelar distribuições para o momento de ocorrência, o tempo de espera entre a ocorrência do sinistro e a comunicação à seguradora, a ocorrência de indemnizações e o seu respetivo volume bem como o encerramento do sinistro. Por esta razão, o conhecimento e análise estatística das variáveis do histórico de dados disponível tem especial relevância.

**Palavras-Chave:** seguros não vida, reserva para sinistros, Solvência II, processo de sinistro, modelo *micro-level*, processo de Poisson marcado, método Chain-Ladder.





# Abstract

In an insurance company it is essential to set up loss reserves which allow to compensate policy holders for claims that meet the terms of the policy. The new directive Solvency II, that was set up at the beginning of 2016, brought new demands to the analysis of technical provisions promoting the development of mathematical models which face these new demands.

Using a data set of a general insurance portfolio, this project studies and applies models to estimate technical provisions concerning claim loss payments.

Most of the existing methods for the reserve calculation take the loss payments summarized in run-off triangles, ignoring the relevant information that an individual analysis of the different events that occur throughout the development process of a claim can provide - and if considered – it probably allows a reserve estimation closer to reality. “Micro-level analysis” is what is called to this detailed claim view.

The considered micro-level model is a stochastic model that considers that the number of occurred claims in a certain period of time is modeled by a marked Poisson process. It is necessary to model statistical distributions for occurrence time, reporting delay, occurrence of payments and their sizes and the final settlement of the claim.

**Keywords:** general insurance, claims reserve, Solvency II, claim development process, micro-level model, marked Poisson process, Chain-Ladder method.



# Conteúdo

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Enquadramento do Problema</b>	<b>5</b>
2.1	Atividade Seguradora em Portugal . . . . .	5
2.2	Provisões Técnicas . . . . .	9
2.3	Regimes de Solvência . . . . .	10
2.4	Qualidade e Tratamento de Dados no Cálculo de Provisões Técnicas . . . . .	12
<b>3</b>	<b>Fundamentos Teóricos</b>	<b>13</b>
3.1	Processo de Sinistro . . . . .	13
3.2	Cálculo de Provisões Técnicas . . . . .	14
3.3	Método de Chain-Ladder . . . . .	15
3.4	Um Modelo <i>Micro-level</i> . . . . .	21
<b>4</b>	<b>Caso de Estudo</b>	<b>29</b>
4.1	Aplicação do Método de Chain-Ladder . . . . .	30
4.2	Análise <i>Micro-level</i> do Processo de Sinistro . . . . .	33
<b>5</b>	<b>Considerações Finais</b>	<b>45</b>



# Lista de Tabelas

2.1	Produção de seguro direto observada nos períodos de Junho de 2015, 2016 e 2017 para as categorias de vida e não vida, em milhões de euros. Fonte dos dados: ASF . . . . .	6
2.2	Produção de seguro direto observada nos períodos homólogos de Junho de 2015, 2016 e 2017 para as principais modalidades não vida, em milhões de euros. Fonte: ASF . . . . .	7
3.1	Exemplo de uma matriz triângulo <i>run-off</i> . . . . .	15
3.2	Matriz triângulo <i>run-off</i> com valores não acumulados. . . . .	16
3.3	Matriz triângulo <i>run-off</i> com valores acumulados. . . . .	16
3.4	Tabela de resultados obtidos para o MCL. . . . .	19
3.5	Matriz triângulo <i>run-off</i> do valor das indemnizações pagas acumuladas até ao ano de observação considerado. . . . .	19
3.6	Matriz triângulo <i>run-off</i> completa para os valores acumulados de indemnização a liquidar nos anos de desenvolvimento seguintes. . . . .	20
3.7	Resultados obtidos para o cálculo da reserva pelo MCL. . . . .	20
4.1	Exemplo de algumas observações do conjunto de dados considerado para o estudo relativas a um determinado sinistro ocorrido. Os montantes pagos encontram-se expressos em euros. . . . .	30
4.2	Triângulo <i>run-off</i> constituído pelos valores acumulados das indemnizações pagas, em euros, para o conjunto de dados considerado. . . . .	30
4.3	Triângulo <i>run-off</i> das indemnizações pagas para o conjunto de dados em estudo	32
4.4	Cálculo da reserva, por ano de ocorrência do sinistro, à data de 1 de janeiro de 2017. . . . .	32

4.5	Número de sinistros ocorridos no período de observação, 2012 a 2016, por ano de ocorrência. . . . .	34
4.6	Número de sinistros ocorridos, em média, por mês do ano, no período considerado. . . . .	34
4.7	Valor dos percentis, em dias, para o <i>reporting delay</i> do histórico disponível, arredondado às unidades. . . . .	36
4.8	Valor dos percentis, em meses, para o <i>reporting delay</i> do histórico disponível, arredondado às unidades. . . . .	37
4.9	Número de sinistros reportados até sete dias após a sua ocorrência. . . . .	37
4.10	Valor dos percentis, em euros, para os montantes pagos, agregados por sinistro. . . . .	41
4.11	Valor dos percentis, em euros, para as indenizações pagas, não agregadas. . . . .	41







# Lista de Figuras

2.1	Evolução trimestral da produção de seguro direto em Portugal no período de Junho de 2015 a Junho de 2017, em milhões de euros. Fonte: ASF . . . . .	6
2.2	Visão macroscópica da estrutura da carteira da atividade seguradora não vida, em Portugal, no primeiro semestre de 2017. Fonte: ASF . . . . .	7
2.3	Evolução trimestral dos custos com sinistros de seguro direto em Portugal, em milhões de euros, no período de Junho de 2015 a Junho de 2017. Fonte: ASF . . . . .	8
2.4	Evolução trimestral da estrutura de custos com sinistros dos ramos não vida em Portugal, em milhões de euros, no período de Junho de 2015 a Junho de 2017. Fonte: ASF . . . . .	8
2.5	Evolução do rácio de sinistralidade não vida calculado a partir dos valores acumulados do primeiro semestre do ano para os anos 2015, 2016 e 2017. Fonte: ASF . . . . .	9
3.1	Ilustração do processo de desenvolvimento de um sinistro. . . . .	13
3.2	Desenvolvimento do processo de sinistro. . . . .	22
4.1	Representação gráfica dos montantes de indemnizações pagos acumulados, em euros, para cada ano de ocorrência do sinistro em função do ano de desenvolvimento. . . . .	31
4.2	Número de sinistros ocorridos observados no período de 1 de Janeiro de 2012 a 31 de Dezembro de 2016. . . . .	33
4.3	Número de sinistros ocorridos por ano considerado. . . . .	34
4.4	Número de sinistros ocorridos, em média, por mês do ano, no período considerado. . . . .	34

4.5	Histograma do <i>reporting delay</i> em dias (à esquerda) e em meses (à direita) para o histórico considerado. . . . .	36
4.6	<i>Reporting delay</i> considerado e respetiva distribuição ajustada. . . . .	38
4.7	Frequência dos eventos observados segundo os tipos 1 e 2. . . . .	39
4.8	Frequência acumulada dos eventos observados segundo os tipos 1 e 2. . . . .	39
4.9	Processo de desenvolvimento de três sinistros distintos. O tempo encontra-se expresso em meses. . . . .	40
4.10	Histograma do valor total da indemnização paga por cada sinistro observado. . . . .	41
4.11	Histograma da transformação da raiz quadrática dos dados e, a verde, o gráfico da função distribuição de probabilidade de uma distribuição <i>Weibull</i> de parâmetros escala = 20.259 e forma = 1.357. . . . .	42
4.12	Distribuição da transformação da raiz quadrática dos dados por tipo de evento ocorrido. . . . .	42
4.13	Distribuição da transformação da raiz quadrática dos dados por ano de calendário. . . . .	43
4.14	Distribuição da transformação da raiz quadrática dos dados por ano de desenvolvimento. . . . .	43





# Glossário

**ASF** Autoridade de Supervisão de Seguros e Fundos de Pensões.

**EIOPA** European Insurance and Occupational Pensions Authority.

**FD** fator de desenvolvimento.

**IBNR** Incurred But Not Reported.

**MCL** Método Chain-Ladder.

**MRH** multi-risco habitação.

**RBNS** Reported But Not Settled.

**RCM** Requisito de Capital Mínimo.

**RCS** Requisito de Capital de Solvência.

**UE** União Europeia.



# Capítulo 1

## Introdução

O projeto desenvolvido teve como objeto de estudo um problema da empresa de seguros Ageas e procura ser um complemento ao estágio académico que foi feito nesta empresa durante um período de nove meses na área de atuariado e cujo tema foi "Análise do Nível de Reservas Técnicas". Ainda que com uma presença recente em Portugal, a Ageas é um grupo segurador internacional, com sede em Bruxelas e com muitos anos de atividade neste sector. No momento atual encontra-se presente em treze países da Europa e da Ásia.

Parte predominante da função atuarial foca-se na análise e controlo das provisões técnicas a constituir para o cumprimento das obrigações para com os segurados. Utilizando um conjunto de dados mascarados fornecido pela empresa, é estudado o seu comportamento procurando encontrar características e padrões que permitam a posterior aplicação de métodos para análise do nível de reservas a constituir para encerramento dos processos de sinistro abertos considerados.

Numa primeira fase do desenvolvimento do trabalho foi muito importante a familiarização com todos os conceitos ligados ao setor segurador, o conhecimento das designações e terminologia utilizadas, bem como o modo de pensar inerente a este ramo de negócio [1].

Um contrato de seguro é um acordo através do qual o segurador assume determinados riscos e se compromete a pagar uma determinada quantia à pessoa segura em caso de ocorrência de um sinistro coberto por esses riscos. Por outro lado, o tomador de seguro, a pessoa que firma o contrato com o segurador, compromete-se a pagar uma determinada quantia monetária por este contrato. A esta quantia dá-se o nome de prémio. Assim, na gestão de uma empresa de seguros é essencial a constituição de provisões técnicas que permitam assegurar o cumprimento das obrigações firmadas com os segurados nos contratos efetuados.

Este ramo de negócio pode dividir-se em dois grandes grupos, ramo vida e ramo não vida, que são geralmente estudados em separado dado que apresentam características e comportamentos muito diferentes. Os dados fornecidos para o desenvolvimento deste projeto dizem respeito a sinistros ocorridos para uma carteira de apólices do ramo não vida multi-risco habitação (MRH).

A tentativa de constituir uma reserva o mais próximo possível da realidade é importante pois, caso estas provisões sejam insuficientes, compromete-se a solvência da empresa. Já se essas reservas forem excessivas, será afetada a rentabilidade e competitividade da empresa no mercado, uma vez que a tarifação dos produtos acabará por ser feita com base em estimativas demasiado pessimistas. O passivo destas empresas é constituído, na sua maior parte, pelas responsabilidades registadas através destas provisões.

As provisões para sinistros não vida têm especial importância na constituição da reserva da empresa de seguros e correspondem ao custo total estimado que o segurador terá de suportar para regularizar todos os sinistros que tenham ocorrido até ao final do exercício, quer tenham sido reportados à empresa de seguros ou não. Devem também considerar-se os fatores externos que não são controláveis pela empresa de seguros e que podem alterar substancialmente as expetativas futuras, caso não sejam considerados. São exemplos destes, fatores económicos, sociais ou legais [2] como, por exemplo, a alteração das políticas económicas colocadas em prática por um determinado governo num dado período de tempo.

O novo regime Solvência II, que entrou em vigor no início do ano de 2016 e procura dar resposta a alguns pontos deficitários da norma Solvência I anteriormente em vigor, trouxe novas exigências na análise das provisões técnicas, quer a nível do cálculo de requisitos de capital, quer no que toca à monitorização e reporte dos resultados obtidos ao mercado e às autoridades de supervisão [3].

Grande parte dos métodos existentes para cálculo da reserva consideram os custos com sinistros agregados em triângulos *run-off*, ignorando a informação relevante que uma análise individual dos diferentes eventos que ocorrem ao longo do desenvolvimento de um processo de sinistro possa fornecer e que, se considerada, provavelmente, permite uma estimativa da reserva mais próxima da realidade. A esta análise detalhada do sinistro dá-se o nome de análise *micro-level* e será um dos principais focos do desenvolvimento deste projeto [4].

O modelo *micro-level* abordado [5] é um modelo estocástico que considera que o número de sinistros que ocorre num dado período de tempo pode ser modelado por um processo



de Poisson marcado [6]. Para definir o processo é necessário modelar distribuições para o momento de ocorrência, o tempo de espera entre a ocorrência do sinistro e a comunicação à seguradora, a ocorrência de indemnizações e o seu respetivo volume bem como o encerramento do sinistro.

No seguimento da introdução ao trabalho desenvolvida neste capítulo, apresenta-se no Capítulo 2 um enquadramento do problema onde são abordados diversos aspetos relacionados com a atividade do mercado segurador. É apresentada uma breve análise do panorama da atividade seguradora em Portugal [7], o conceito e a importância dos regimes de solvência. São também apresentados alguns aspetos relativos à forma como devem ser constituídas as provisões técnicas, bem como as recomendações a considerar no cálculo das mesmas [8]. No capítulo 3, são apresentados alguns pressupostos e fundamentos teóricos, são definidos conceitos como processo de sinistro, matriz de triângulos *run-off*, método de Chain-Ladder, modelo *micro-level* e processo de Poisson marcado. No capítulo 4 são apresentados os resultados obtidos a partir da implementação computacional da análise *micro-level* do sinistro e do método de Chain-Ladder, mais usualmente utilizado nas empresas de seguros. Para a implementação e manipulação dos dados utiliza-se o *software* de estatística R [9] e os pacotes 'ChainLadder' [10] e 'PtProcess' [11] desenhados para o mesmo *software*.



# Capítulo 2

## Enquadramento do Problema

Neste capítulo pretende-se dar uma visão global do ramo da atividade seguradora de forma a compreender melhor aquilo que motiva o desenvolvimento deste projeto. Numa primeira fase procura-se contextualizar o problema no mercado segurador português. Numa segunda parte são apresentados os conceitos de provisões técnicas e provisões para custos com sinistros bem como as principais linhas orientadoras do regime Solvência II cuja entrada em vigor vem alterar de forma significativa a forma de pensar da atividade seguradora.

### 2.1 Atividade Seguradora em Portugal

#### Produção de seguro direto

De acordo com o “Relatório de Evolução da Actividade Seguradora” [7] disponibilizado pela Autoridade de Supervisão de Seguros e Fundos de Pensões ([ASF](#)), no primeiro semestre de 2017, a indústria seguradora em Portugal, relativamente à produção, atravessou um período de crescimento, verificando-se um aumento da produção de seguro direto de 0,6% face ao semestre homólogo do ano anterior. Os principais responsáveis por este aumento foram os ramos não vida que tiveram um aumento de 8,3%.

Na Figura 2.1 e na Tabela 2.2 pode-se observar a evolução da produção de seguro direto nos últimos três anos. Verifica-se que as variações, para períodos homólogos consecutivos, são bastante superiores para o ramo vida (já que o ramo não vida, em média, se apresenta bastante constante) o que, dado o peso da sua carteira, é determinante nos valores de produção global observados. Assim, no primeiro semestre de 2017 verifica-se que 40,6% da carteira corresponde ao ramo não vida e 59,4% corresponde ao ramo vida.

	Junho 2015	Junho 2016	Junho 2017
Ramo Não Vida	1 810 224	1 910 875	2 069 749
Ramo Vida	4 676 740	3 164 267	3 033 726
<b>Total</b>	<b>6 486 964</b>	<b>5 075 142</b>	<b>5 103 476</b>

Tabela 2.1: Produção de seguro direto observada nos períodos de Junho de 2015, 2016 e 2017 para as categorias de vida e não vida, em milhões de euros. Fonte dos dados: ASF

### Evolução da produção de seguro direto

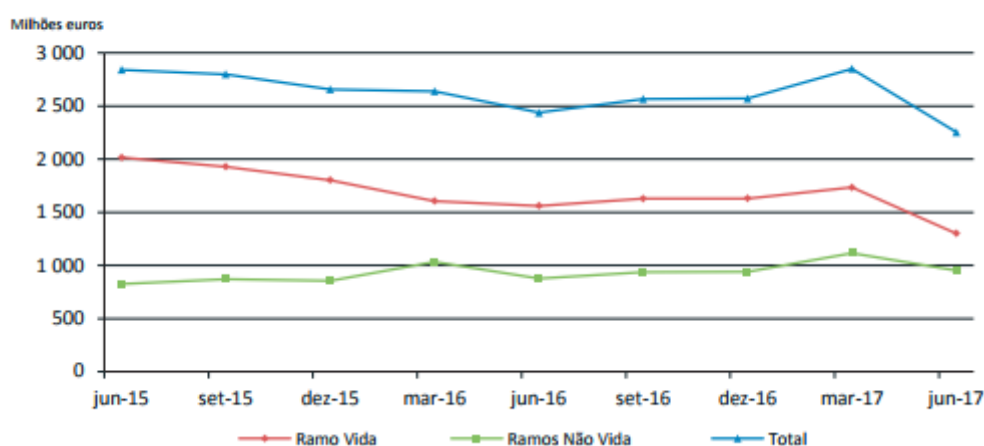


Figura 2.1: Evolução trimestral da produção de seguro direto em Portugal no período de Junho de 2015 a Junho de 2017, em milhões de euros. Fonte: ASF

Coloca-se agora o foco na análise da produção de seguro direto para os diferentes ramos não vida, dada a natureza do problema em estudo.

Na Figura 2.2 é possível observar a estrutura da carteira não vida no primeiro semestre de 2017. Os três ramos com maior representatividade são, ordenados por ordem decrescente, os ramos de Acidentes e Doença, Automóvel e Incêndio e Outros Danos.

Na Tabela 2.2 podemos observar a evolução da produção de seguro direto para estes ramos ao longo dos últimos três anos. É de notar o crescimento verificado na modalidade acidentes de trabalho (14,8%) cujo peso na produção em Junho de 2017 é igual a 16,4%.

Estrutura da carteira dos Ramos Não Vida (1.º semestre de 2017)

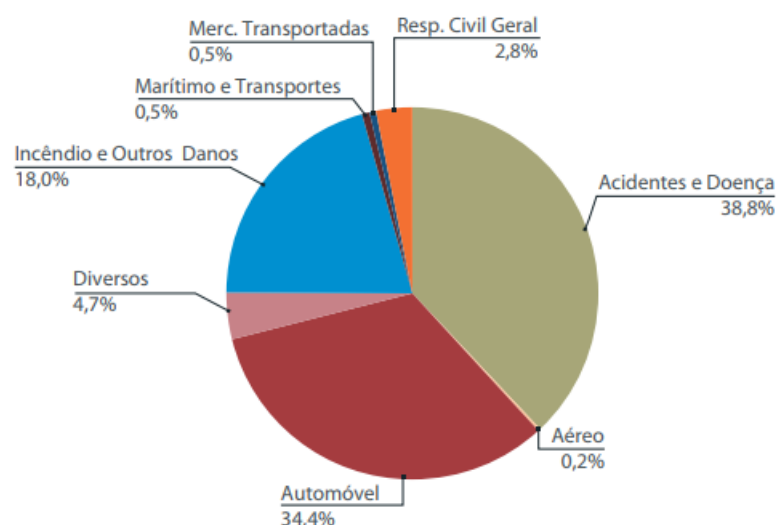


Figura 2.2: Visão macroscópica da estrutura da carteira da atividade seguradora não vida, em Portugal, no primeiro semestre de 2017. Fonte: ASF

	Junho 2015	Junho 2016	Junho 2017
<b>Total Ramo Não Vida</b>	<b>1 810 224</b>	<b>1 910 875</b>	<b>2 069 749</b>
Acidentes de Trabalho	262430	295706	339327
Doença	341058	363014	404587
Incêndio e outros danos	357594	360785	373488
Automóvel	639517	674173	712168

Tabela 2.2: Produção de seguro direto observada nos períodos homólogos de Junho de 2015, 2016 e 2017 para as principais modalidades não vida, em milhões de euros. Fonte: ASF

## Custos com sinistros de seguro direto

Relativamente aos custos com sinistros, a mesma fonte informa que, apesar do aumento dos custos no ramo não vida (8,0%), no global estes diminuíram 31,2% devido, principalmente, ao decréscimo dos custos do Ramo Vida igual a -40,5%. Estes resultados invertem a tendência verificada no ano de 2016 onde, para o mesmo período, se tinha verificado um crescimento de 0,1% do total dos custos com sinistros de seguro direto em Portugal. Tal como observámos para a produção de seguro direto, podemos observar que a evolução dos custos totais com sinistros é influenciada principalmente pelo ramo vida. As variações apresentadas pelo ramo não vida ao longo do tempo são, em média, muito baixas. Estes resultados podem

ser visualizados na Figura 2.3 .

### Evolução dos custos com sinistros de seguro direto em Portugal

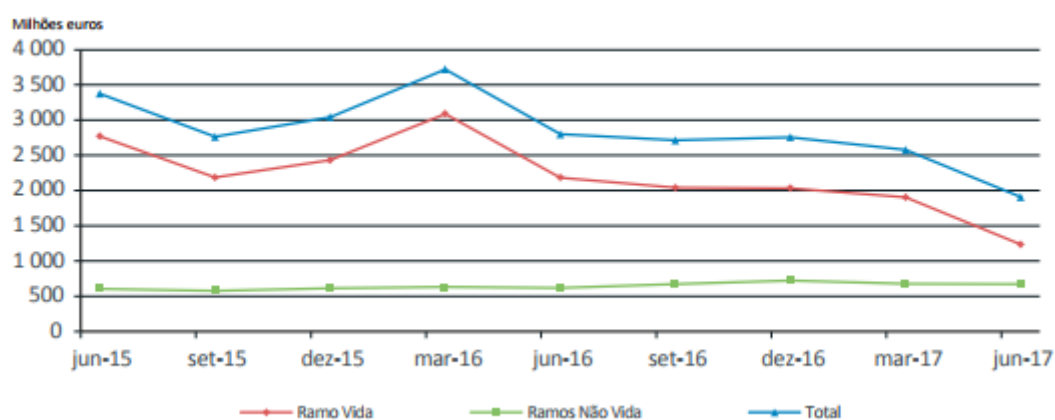


Figura 2.3: Evolução trimestral dos custos com sinistros de seguro direto em Portugal, em milhões de euros, no período de Junho de 2015 a Junho de 2017. Fonte: ASF

De acordo com a ASF, todas as modalidades do ramo não vida seguiram a tendência de crescimento verificada, à exceção do ramo incêndio, cujos custos decresceram 8,2%. Na Figura 2.4 podemos observar a evolução do peso relativo das diferentes modalidades do ramo não vida na estrutura dos custos com sinistros. Verificamos que, ao longo do tempo, não têm havido evoluções significativas, mantendo-se aproximadamente constante para as diferentes modalidades.

### Evolução da estrutura de custos com sinistros de seguro direto dos Ramos Não Vida

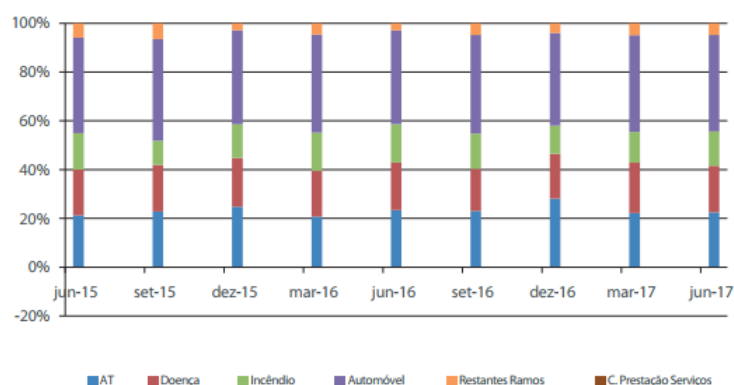


Figura 2.4: Evolução trimestral da estrutura de custos com sinistros dos ramos não vida em Portugal, em milhões de euros, no período de Junho de 2015 a Junho de 2017. Fonte: ASF

O rácio de sinistralidade <sup>1</sup> em Portugal relativo ao primeiro semestre do ano, tem vindo a diminuir, relativamente aos períodos homólogos dos anos anteriores e para o período de Janeiro a Junho de 2017 é igual a 65,1%. Estes resultados podem ser observados na Figura 2.5.

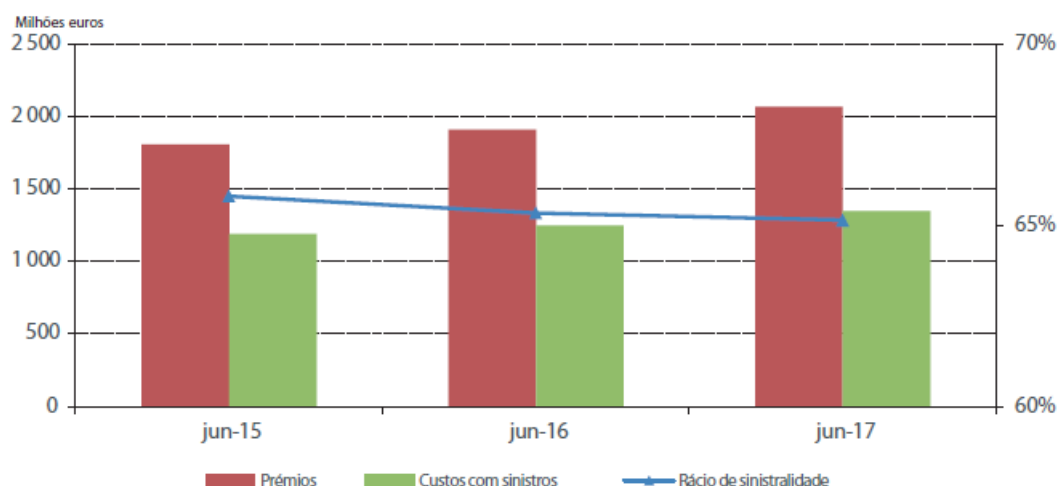


Figura 2.5: Evolução do rácio de sinistralidade não vida calculado a partir dos valores acumulados do primeiro semestre do ano para os anos 2015, 2016 e 2017. Fonte: ASF

## 2.2 Provisões Técnicas

As provisões técnicas dizem respeito ao montante mínimo que a empresa de seguros deve considerar para ser financeiramente capaz de fazer face às responsabilidades assumidas com os tomadores de seguro à data da celebração do contrato e resultam da junção de diferentes provisões que procuram responder a diferentes necessidades de capital.

No desenvolvimento deste trabalho o foco será apenas numa destas parcelas, as provisões para sinistros, que correspondem ao custo total estimado que a empresa de seguros suportará para regularizar todos os sinistros que tenham ocorrido até ao final do exercício, quer tenham sido comunicados ou não, após dedução dos montantes já pagos respeitantes a esses sinistros. As reservas para sinistros constituem uma das parcelas com maior peso e consequentemente mais importantes no cálculo das provisões técnicas.

---

<sup>1</sup>O rácio de sinistralidade corresponde ao quociente entre os custos com sinistros (que podem incluir reajustamentos dos anos anteriores) e o valor dos prémios brutos de seguro direto emitidos (fonte:ASF).

## 2.3 Regimes de Solvência

Uma empresa de seguros diz-se solvente quando é financeiramente capaz de cumprir as suas obrigações futuras, ou seja, se tiver meios financeiros para cumprir os compromissos firmados com todas as partes envolvidas no negócio. São muitos e variados os fatores que podem influenciar a solvência de uma seguradora. Um número abrupto de sinistros ocorridos (por exemplo, uma catástrofe), a insolvência de um ressegurador, o cálculo mal efetuado das reservas, a situação politico-económica da região envolvente ou uma gestão ineficiente por parte da empresa são alguns desses fatores.

Assim, a existência de um regime de solvência tem como principal função garantir que são aplicadas medidas e métodos de previsão que garantam a solvência das empresas de seguros. O regime de Solvência I, que foi entretanto substituído, apresentava algumas lacunas nesse sentido, nomeadamente no que diz respeito à forma como eram considerados os riscos a que a empresa de seguros se encontrava exposta.

Assim, em Janeiro de 2016, entrou em vigor o novo Regime Solvência II que foi desenvolvido considerando uma visão baseada no risco que procura garantir de forma mais consistente a solidez financeira das empresas de seguros, tendo em vista uma maior proteção dos segurados, tomadores de seguro e beneficiários. A principal novidade deste regime está relacionada com a apresentação de uma visão contextualizada e integrada dos riscos a que a empresa se encontra, ou encontrará, exposta e o consequente reporte periódico dos resultados obtidos às autoridades de supervisão.

O Solvência II procura também uniformizar os diferentes sistemas de solvência em vigor nos diferentes estados membros da União Europeia (UE), de forma a que seja possível maior cooperação e uma comunicação mais eficaz entre os diferentes estados soberanos da (UE). O regime Solvência II apresenta três pilares estruturais que consideram normas para o cumprimento de diferentes requisitos.

O primeiro pilar corresponde aos requisitos quantitativos exigidos, ou seja, diz respeito a uma avaliação económica dos ativos e passivos que descreva de forma fidedigna a posição financeira da empresa de seguros no momento da análise. Esta avaliação inclui, por isso, o cálculo da estimativa das provisões técnicas e de uma margem de risco a elas associada. Para o efeito são estabelecidos dois requisitos de capital:

- Requisito de Capital de Solvência (RCS) - este requisito de capital reflete o nível de



fundos próprios elegíveis que permite a absorção de perdas significativas e inesperadas garantido, assim, com alguma fiabilidade e confiança, que as obrigações do segurador serão cumpridas conforme forem vencendo.

- Requisito de Capital Mínimo (**RCM**) - este valor corresponde ao nível mínimo de fundos próprios para que se considere que o nível de proteção dos tomadores de seguro, segurados e beneficiários é suficiente. Corresponde a um valor entre 25% e 45% do **RCS**. Caso o **RCM** seja inferior a este nível considera-se que não existem garantias suficientes de cumprimento das obrigações financeiras do segurador para com os seus credores. Dado que o **RCM** pretende apenas estabelecer um mínimo, este cálculo pode ser efetuado de forma mais simples do que o **RCS**.

O segundo pilar considera os requisitos qualitativos e as normas relativas ao processo de supervisão a ser efetuado por uma entidade exterior à seguradora. Para que os requisitos quantitativos referidos no pilar I sejam devidamente cumpridos é necessário que sejam implementados sistemas de gestão de risco e controlo interno robustos. Além disso, é também importante que a empresa de seguros tenha consciência de que parte dos riscos a que se encontra ou pode encontrar exposta não são matemática ou economicamente quantificáveis e por isso a implementação de sistemas de governação eficazes é importante para garantir que estes riscos são considerados na aplicação dos métodos para o cálculo das provisões técnicas.

O terceiro pilar diz respeito ao reporte e divulgação de informação às autoridades, mercado e consumidores. Assim, este pilar garante a transparência do mercado. A empresa de seguros compromete-se a divulgar publicamente a informação sobre o seu estado de solvência de forma a que o consumidor final possa fazer uma escolha consciente e informada. Para isso, a empresa de seguros deve publicar um relatório anual onde é apresentada a situação financeira e de solvência, incluindo os requisitos de capital **RCS** e **RCM**. Além deste relatório, a seguradora deverá apresentar um relatório exaustivo à autoridade de supervisão onde consta informação confidencial não revelada ao consumidor final.

## 2.4 Qualidade e Tratamento de Dados no Cálculo de Provisões Técnicas

Existem alguns fatores que poderão alterar a veracidade dos pressupostos considerados na aplicação dos métodos para o cálculo das provisões técnicas. São exemplos desses fatores a mudança das condições e configuração de um determinado produto de seguro, alterações nos processos de reporte, tributação e regularização de sinistros, alterações no enquadramento legal da atividade seguradora e valores de indemnizações pagas anormalmente grandes ou pequenos. Se se verificar que o histórico de informação da empresa de seguros em causa contradiz os pressupostos do modelo então deve-se procurar outro método para cálculo das provisões técnicas que se adapte de melhor forma à realidade em estudo. Outra opção será, para alguns valores pontuais anormais, considerados como *outliers*, trata-los à parte e prever uma reserva individual para regularização destes sinistros.

Dadas as consequências catastróficas em caso de má gestão, existem normas que guiam a forma como devem ser considerados os dados para os cálculos financeiros a efetuar. No que diz respeito à qualidade e tratamento de dados a utilizar, a [EIOPA](#) (European Insurance and Occupational Pensions Authority), deixa claras algumas recomendações.

Deve ser considerado um conjunto de dados suficientemente abrangente, com um período de observação vasto, que garanta uma tradução adequada da realidade observada. Por outro lado deve considerar-se uma quantidade suficiente de dados que permitam identificar padrões relevantes na evolução dos sinistros e com nível de heterogeneidade suficiente para permitir a avaliação dos padrões encontrados em diferentes grupos de risco.

Para garantir que os dados se encontram adequados para a estimativa das provisões técnicas é necessário ter em atenção a utilização coerente de dados relativos a diferentes períodos de tempo. Isto passa, por exemplo, por garantir que durante o período considerado não houve entrada em vigor de nenhuma lei ou norma que altere de forma significativa o desenvolvimento do processo de sinistro. Para garantir uma maior similitude entre os dados e as características da carteira em avaliação, pode-se considerar a possibilidade de modificar os dados do histórico. Reforça-se assim a sua credibilidade e aumenta a qualidade das estimativas efetuadas.

# Capítulo 3

## Fundamentos Teóricos

### 3.1 Processo de Sinistro

De acordo com a [ASF](#), um sinistro é um *evento ou série de eventos que resultam de uma mesma causa e que acionam a cobertura do risco prevista no contrato de seguro*. No contexto do trabalho desenvolvido, chamamos processo de sinistro à sequência de ações e procedimentos financeiros efetuados quando acionada a cobertura de risco prevista no contrato de seguro firmado entre o segurador e o tomador de seguro. Aos procedimentos financeiros que dizem respeito ao pagamento de uma determinada quantia monetária devida à pessoa segura dá-se o nome de indenizações. A Figura 3.1 ilustra o desenvolvimento de um processo de sinistro.

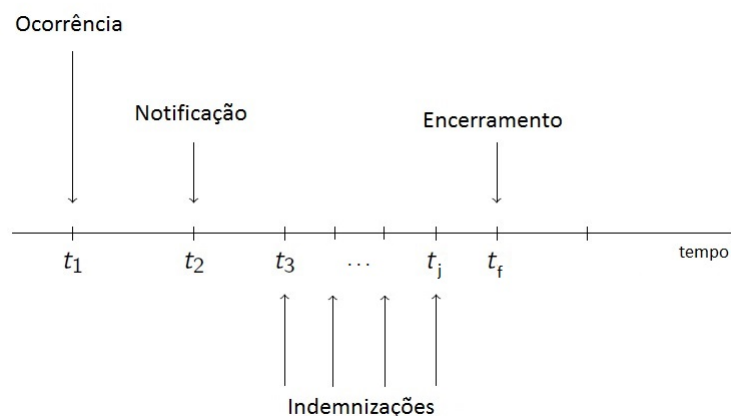


Figura 3.1: Ilustração do processo de desenvolvimento de um sinistro.

O processo de sinistro inicia-se quando o sinistro ocorre, no momento  $t_1$ . Segue-se o momento  $t_2$  em que o sinistro é reportado à empresa de seguros. Ao intervalo de tempo que

decorre entre os momentos  $t_1$  e  $t_2$  dá-se o nome de *reporting delay*. Este intervalo é geralmente pequeno, sendo igual a zero em muitos casos. Os instantes  $t_3$  a  $t_j$  correspondem a instantes em que houve pagamento de indemnizações ao segurado. O processo de sinistro termina no instante  $t_f$ , momento em que a empresa de seguros, relativamente ao processo de sinistro em curso, dá por concluído o cumprimento das suas obrigações para com a pessoa segura. Por vezes, devido a alguma irregularidade ou ao aparecimento de novos dados relevantes para o processo, este tem de ser reaberto repetindo-se novamente todo o processo. No contexto deste trabalho considera-se uma reabertura de processo, caso exista, como um novo sinistro ocorrido. Ao intervalo de tempo que decorre entre os instantes  $t_2$  e  $t_f$  dá-se o nome de *settlement delay*.

Assim, de acordo com o desenvolvimento do processo de sinistro consideram-se dois tipos de sinistros. Os sinistros **RBNS** (*reported but not settled*) são sinistros com processo de sinistro aberto, já reportados ao segurador mas cujo processo ainda não foi encerrado, podendo haver ainda indemnizações futuras a considerar. Os sinistros **IBNR** (*incurred but not reported*) são sinistros que ocorreram mas não foram até ao momento atual reportados à empresa de seguros, pelo que esta não tem conhecimento da sua ocorrência e o processo de sinistro não foi ainda aberto.

## 3.2 Cálculo de Provisões Técnicas

Os métodos para o cálculo das provisões técnicas de sinistros não vida dividem-se em dois grandes grupos: métodos determinísticos e métodos estocásticos. Estes últimos podem dividir-se em métodos paramétricos (em que se assume que o conjunto de dados segue uma determinada distribuição de probabilidade) e métodos não paramétricos (em que, à partida, não se assume nenhuma distribuição de probabilidade para o conjunto de dados).

Ainda que as empresas de seguros usem maioritariamente métodos determinísticos, atualmente, os modelos estocásticos parecem ser mais vantajosos pois disponibilizam e preveem maior quantidade de informação, fornecendo uma análise do grau de confiança e da razoabilidade dos pressupostos subjacentes ao modelo e permitindo a inclusão de novos e diferentes fatores que se considerem relevantes. Possibilitam também diferentes modos de otimização do modelo, de acordo com os fatores considerados relevantes.

### 3.3 Método de Chain-Ladder

O método de Chain-Ladder ([MCL](#)) é um dos principais métodos determinísticos utilizados no cálculo de reservas, pois é de fácil aplicação e, tanto os pressupostos assumidos, como os resultados obtidos são, geralmente, razoáveis. Tal como grande parte dos métodos para o cálculo de reservas, o [MCL](#) utiliza a informação relativa aos pagamentos na forma de uma matriz triangular superior a que usualmente se dá o nome de matriz de triângulos *run-off*. Na Tabela 3.1 apresenta-se um exemplo de uma matriz deste tipo utilizada como exemplo por Björn Weindorfer [12].

A informação contida em cada linha diz respeito a um determinado ano de ocorrência do sinistro e cada coluna corresponde a um dado ano de desenvolvimento. Entende-se por ano de desenvolvimento o intervalo de tempo, em anos, entre a ocorrência de um determinado sinistro e o pagamento de uma determinada quantia relativa a esse sinistro ocorrido. Note-se que, caso a reserva seja calculada para um determinado mês e não para um ano completo, os anos de desenvolvimento são substituídos por meses de desenvolvimento e a unidade de tempo utilizada passa a ser o mês. As entradas da matriz abaixo da diagonal principal, sombreadas na tabela a cor cinzenta, vão ser preenchidas com os valores estimados para as provisões técnicas para períodos de desenvolvimento futuros relativamente ao momento da análise.

		Ano de Desenvolvimento							
		0	1	2	3	4	5	6	7
Ano de Ocorrência	2005	1232	946	520	722	316	165	48	14
	2006	1469	1201	708	845	461	235	66	
	2007	1652	1416	959	954	605	287		
	2008	1831	1634	1124	1087	725			
	2009	2074	1919	1330	1240				
	2010	2434	2263	1661					
	2011	2810	2108						
	2012	3072							

Tabela 3.1: Exemplo de uma matriz triângulo *run-off*.

Considere-se então uma matriz em que  $y$  corresponde ao ano de ocorrência do sinistro e  $k$  corresponde a um determinado ano de desenvolvimento. Por definição,  $k$  pode tomar qualquer valor inteiro maior ou igual a zero. Suponha-se também que  $Y$  é o ano de ocorrência mais recente e  $n$  o último ano de desenvolvimento considerado. Então, define-se  $Z(y, k)$  como o valor de indemnização pago num determinado ano de calendário  $y + k$  relativamente

a sinistros ocorridos no ano  $y$ . Relativamente ao momento de observação  $Y$ , a informação disponível pode ser representada numa tabela idêntica à Tabela 3.2.

$Z(y; k)$	0	1	...	i	...	$n - 1$	$n$
$Y - n$	$Z(Y - n; 0)$	$Z(Y - n; 1)$	...	$Z(Y - n; i)$	...	$Z(Y - n; n - 1)$	$Z(Y - n; n)$
$Y - n + 1$	$Z(Y - n + 1; 0)$	$Z(Y - n + 1; 1)$	...	$Z(Y - n + 1; i)$	...	$Z(Y - n + 1; n - 1)$	$Z(Y - n + 1; n)$
...	...	...	...	...	...	...	...
$Y - i$	$Z(Y - i; 0)$	$Z(Y - i; 1)$	...	$Z(Y - i; i)$	...	$Z(Y - i; n - 1)$	$Z(Y - i; n)$
...	...	...	...	...	...	...	...
$Y - 1$	$Z(Y - 1; 0)$	$Z(Y - 1; 1)$	...	$Z(Y - 1; i)$	...	$Z(Y - 1; n - 1)$	$Z(Y - 1; n)$
$Y$	$Z(Y; 0)$	$Z(Y; 1)$	...	$Z(Y; i)$	...	$Z(Y; n - 1)$	$Z(Y; n)$

Tabela 3.2: Matriz triângulo *run-off* com valores não acumulados.

Considera-se agora que

$$S(y; k) = \sum_{i=0}^k Z(y; i), \quad (3.1)$$

ou seja,  $S(y, k)$  diz respeito ao total de indemnizações pagas até ao final do ano de desenvolvimento  $k$  para sinistros ocorridos no ano  $y$ . Da igualdade (3.1) constata-se que  $S(y; 0) = Z(y; 0)$ ,  $Z(y; k) = S(y; k) - S(y; k - 1)$  e que  $S(y; n) = \sum_{i=0}^n Z(y; i)$ .

Deste modo, a matriz de triângulos *run-off* para o valor acumulado das indemnizações pagas pode ser preenchida de forma idêntica à matriz da Tabela 3.3. Será esta a matriz considerada para posterior aplicação do MCL.

$S(y; k)$	0	1	...	i	...	$n - 1$	$n$
$Y - n$	$S(Y - n; 0)$	$S(Y - n; 1)$	...	$S(Y - n; i)$	...	$S(Y - n; n - 1)$	$S(Y - n; n)$
$Y - n + 1$	$S(Y - n + 1; 0)$	$S(Y - n + 1; 1)$	...	$S(Y - n + 1; i)$	...	$S(Y - n + 1; n - 1)$	$S(Y - n + 1; n)$
...	...	...	...	...	...	...	...
$Y - i$	$S(Y - i; 0)$	$S(Y - i; 1)$	...	$S(Y - i; i)$	...	$S(Y - i; n - 1)$	$S(Y - i; n)$
...	...	...	...	...	...	...	...
$Y - 1$	$S(Y - 1; 0)$	$S(Y - 1; 1)$	...	$S(Y - 1; i)$	...	$S(Y - 1; n - 1)$	$S(Y - 1; n)$
$Y$	$S(Y; 0)$	$S(Y; 1)$	...	$S(Y; i)$	...	$S(Y; n - 1)$	$S(Y; n)$

Tabela 3.3: Matriz triângulo *run-off* com valores acumulados.

O [MCL](#) assume como principal pressuposto que a regularização das indenizações pagas ao longo dos anos de desenvolvimento seguem um padrão idêntico para todos os anos de ocorrência de sinistros e que esses mesmos montantes são independentes entre si. De acordo com este pressuposto, a estimação da reserva pelo [MCL](#) pode ser baseada na consideração de uma das seguintes razões:

- a proporção dos últimos pagamentos acumulados que foram liquidados num determinado ano de desenvolvimento (padrão de desenvolvimento para o incremento de pagamentos liquidados);
- a proporção dos últimos pagamentos acumulados que foram liquidados até um determinado ano de desenvolvimento (padrão de desenvolvimento para as indenizações acumuladas liquidadas);
- o rácio entre os pagamentos acumulados até um determinado ano de desenvolvimento e o ano de desenvolvimento anterior.

Assim, define-se fator de desenvolvimento ([FD](#)) para o ano de desenvolvimento  $k$  como o quociente entre o valor esperado de todas as indenizações pagas acumuladas até ao ano de desenvolvimento  $k$  (inclusivé) e o valor esperado de todas as indenizações pagas acumuladas até ao ano de desenvolvimento  $k - 1$  (inclusivé). Note-se que a estimativa destes fatores será tanto mais próxima da realidade quanto maior for o número de anos de ocorrência considerados no seu cálculo.

Assim o fator de desenvolvimento para o ano de desenvolvimento  $k$ , denota-se por  $\varphi(k)$  e é dado por

$$\varphi(k) = \frac{E[S(y; k)]}{E[S(y; k - 1)]}, \quad 1 \leq k \leq n. \quad (3.2)$$

De acordo com o [MCL](#), tendo em conta a proporcionalidade suposta, uma estimativa natural para o fator de desenvolvimento  $\varphi(k)$  é dada por

$$\varphi^{CL}(k) = \frac{\sum_{y=Y-n}^{Y-k} S(y; k)}{\sum_{y=Y-n}^{Y-k} S(y; k - 1)}, \quad 1 \leq k \leq n. \quad (3.3)$$

Calculados estes fatores é agora possível preencher as entradas vazias da matriz triângulo *run-off* que correspondem às indenizações pagas esperadas acumuladas para os anos seguintes. Considerando os pressupostos iniciais e a relação anterior (3.2), facilmente se percebe que essas entradas da matriz são obtidas multiplicando o valor das indenizações pagas

acumuladas relativas ao ano de ocorrência  $y$  para o ano de desenvolvimento  $k - 1$  pelo fator de desenvolvimento  $\varphi(k)$ . Assim, a previsão de  $S^{CL}(y; k + 1)$  de acordo com o MCL é determinada por

$$\begin{aligned} S^{CL}(y; k + 1) &= S^{CL}(y; k) \times \varphi^{CL}(k + 1) \\ \text{com } Y - n + 1 &\leq y < Y, \quad Y - y \leq k \leq n - 1 \\ \text{e } S^{CL}(y - k; k) &= S(Y - k, k), \quad k = 0, \dots, n - 1. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Fica, assim, completa a matriz triângulo *run-off* das indenizações pagas acumuladas e são agora conhecidos os valores de indenização pagos esperados para os anos de calendário seguintes ao último ano de ocorrência considerado  $Y$  (inclusivé).

A partir dos valores acumulados obtidos na matriz podemos agora determinar a estimativa do valor incrementado para cada ano, ou seja, é possível calcular a estimativa do valor correspondente ao valor das indenizações pagas para um determinado ano de ocorrência num dado ano de desenvolvimento. Basta, para isso, calcular a diferença entre os valores de indenização paga para dois anos de desenvolvimento consecutivos para um mesmo ano de ocorrência. Ou seja,

$$Z^{CL}(y; k) = S^{CL}(y; k) - S^{CL}(y; k - 1). \quad (3.5)$$

O expoente  $^{CL}$  diz respeito aos estimadores obtidos pelo [MCL](#).

Somando os valores das diferentes diagonais da matriz obtém-se o valor que a empresa de seguros deverá ter de pagar num determinado ano de calendário futuro relativamente a todos os sinistros ocorridos até ao momento da análise e cujo processo não foi ainda encerrado. Os valores obtidos podem ser apresentados numa tabela idêntica à Tabela [3.4](#).

Para uma melhor compreensão do método, segue-se um exemplo de aplicação do [MCL](#), considerando a matriz dada como exemplo por Björn Weindorfer [\[12\]](#) e anteriormente apresentada na Tabela [3.1](#). Para o exemplo dado,  $Y$  é igual a 2012,  $n$  é igual a 7 e  $k \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ .

Em primeiro lugar, constrói-se a matriz de triângulos *run-off* com os valores das indenizações pagos acumulados considerando como modelo a Tabela [3.3](#). A nova matriz obtida encontra-se representada na Tabela [3.5](#).

Considere-se agora o cálculo do primeiro fator de desenvolvimento  $\varphi^{CL}(1)$ :



Ano de calendário	Valor das indenizações a liquidar
$Y + 1$	$S^{CL}(Y; 1) + S^{CL}(Y - 1; 2) + \dots + S^{CL}(Y - n + 1; n)$
...	...
$Y - i + n$	$S^{CL}(Y; n - i) + S^{CL}(Y - 1; n - i + 1) + \dots + S^{CL}(Y - i; n)$
$Y - i + 1 + n$	$S^{CL}(Y; n - i + 1) + S^{CL}(Y - 1; n - i + 2) + \dots + S^{CL}(Y - i + 1; n)$
...	...
$Y - 1 + n$	$S^{CL}(Y; n - 1) + S^{CL}(Y - 1; n)$
$Y + n$	$S^{CL}(Y; n)$

Tabela 3.4: Tabela de resultados obtidos para o MCL.

		Ano de Desenvolvimento							
		0	1	2	3	4	5	6	7
Ano de Ocorrência	2005	1232	2178	2698	3420	3736	3901	3949	3963
	2006	1469	2670	3378	4223	4684	4919	4975	
	2007	1652	3068	4027	4981	5586	5873		
	2008	1831	3465	4589	5676	6401			
	2009	2074	3993	5323	6563				
	2010	2434	4697	6358					
	2011	2810	4918						
	2012	3072							

Tabela 3.5: Matriz triângulo *run-off* do valor das indenizações pagas acumuladas até ao ano de observação considerado.

$$\varphi^{CL}(1) = \sum_{y=2012-7}^{2012-1} S(y; 1) / \sum_{y=2012-7}^{2012-1} S(y; 0) = \sum_{y=2005}^{2011} S(y; 1) / \sum_{y=2005}^{2011} S(y; 0).$$

Ou seja,

$$\varphi^{CL}(1) = \frac{2178 + 2670 + 3068 + 3465 + 3993 + 4697 + 4918}{1232 + 1469 + 1652 + 1831 + 2074 + 2434 + 2810} = 1.8508.$$

De forma análoga obtém-se que  $\varphi^{CL}(2) = 1.3140$ ,  $\varphi^{CL}(3) = 1.2422$ ,  $\varphi^{CL}(4) = 1.1151$ ,  $\varphi^{CL}(5) = 1.0491$ ,  $\varphi^{CL}(6) = 1.0118$  e  $\varphi^{CL}(7) = 1.0035$ .

Calculados os fatores de desenvolvimento prossegue-se com o preenchimento da região sombreada a cinzento da matriz de indenizações acumulada. Consideremos, por exemplo,

a entrada da matriz dada por  $S(2009; 4)$ . De acordo com a equação (3.4),

$$S(2009; 4) = S(2009; 3) \times \varphi^{CL}(4) = 6563 \times 1.1151 = 7319$$

(arredondado por excesso). Procedendo de forma idêntica para as restantes entradas da matriz obtém-se a matriz representada na Tabela 3.6.

		Ano de Desenvolvimento							
		0	1	2	3	4	5	6	7
Ano de Ocorrência	2005	1232	2178	2698	3420	3736	3901	3949	3963
	2006	1469	2670	3378	4223	4684	4919	4975	4993
	2007	1652	3068	4027	4981	5586	5873	5942	5963
	2008	1831	3465	4589	5676	6401	6715	6794	6818
	2009	2074	3993	5323	6563	7319	7678	7768	7796
	2010	2434	4697	6358	7898	8807	9239	9348	9381
	2011	2810	4918	6462	8027	8952	9391	9502	9535
	2012	3072	5686	7472	9281	10350	10858	10986	11025
Fator de Desenvolvimento		.	1.8508	1.3140	1.2422	1.1151	1.0491	1.0118	1.0035

Tabela 3.6: Matriz triângulo *run-off* completa para os valores acumulados de indemnização a liquidar nos anos de desenvolvimento seguintes.

A estimativa obtida pelo MCL para os montantes de indemnizações a liquidar nos anos seguintes ao ano da análise encontra-se na Tabela 3.7 e segue o modelo da Tabela 3.4.

Ano de Acidente	Indemnizações pagas até ao ano 2012 (inclusivé)	Indemnizações Totais Pagas Previstas	Reserva
2005	3963	3963	0
2006	4975	4993	18
2007	5873	5963	90
2008	6401	6818	417
2009	6563	7796	1233
2010	6358	9381	3023
2011	4918	9535	4617
2012	3072	11025	7953

Tabela 3.7: Resultados obtidos para o cálculo da reserva pelo MCL.

Os resultados obtidos através deste método sugerem que se os dados disponíveis seguem as condições anteriormente referidas, quanto maior o conjunto de dados utilizado no cálculo da reserva, mais precisos serão os resultados.

No desenvolvimento deste projeto, para aplicação do [MCL](#) ao conjunto de dados em estudo, utilizou-se o *package* 'ChainLadder' do software R [10] que contém diversas funções que permitem aplicar o método descrito e exemplificado.

### 3.4 Um Modelo *Micro-level*

Face ao controlo e normas cada vez mais exigentes na atividade seguradora, surge o interesse e a necessidade de desenvolver métodos de cálculo de reserva alternativos àqueles que utilizam os dados agregados em triângulos *run-off* e que considerem mais informações relativas ao desenvolvimento do sinistro e à complexidade de fatores que podem influenciar as reservas a constituir pelo segurador, garantindo uma melhor aproximação à realidade.

A data do sinistro, a data de comunicação ao segurador, os montantes das diferentes indemnizações pagas e respetivas datas de transação, bem como a data de encerramento do sinistro são alguns dos fatores que são ignorados pelo métodos que utilizam os triângulos *run-off* e que podem ser considerados para obtenção de melhores resultados na estimativa da reserva. Os modelos estudados que consideram uma análise destes parâmetros são chamados modelos *micro-level* porque partem de uma análise detalhada do desenvolvimento do processo de sinistro recorrendo, para o efeito, a ferramentas de modelação estatística.

Para abordagem destes modelos, neste capítulo será considerado, principalmente, o trabalho desenvolvido em [5].

O modelo descrito é baseado num modelo estocástico que considera que a ocorrência de sinistros e o respetivo processo de desenvolvimento pode ser descrito por um processo de Poisson marcado. Atente-se no processo de sinistro anteriormente ilustrado na Figura 3.1.

Como ilustrado na Figura 3.2, para o sinistro  $i$  nota-se por  $T_i$  o momento em que ocorreu o sinistro  $i$ ,  $U_i$  o intervalo de tempo correspondente ao *reporting delay* e  $X_i$  o processo de desenvolvimento correspondente.

Supõe-se que a ocorrência de sinistros segue um processo de Poisson com intensidade não-homogénea igual a  $\lambda(t)$  e uma marca associada com distribuição  $(P_{Z|t})_{t \geq 0}$  onde  $T = t$  é o momento de ocorrência do sinistro. A distribuição da marca  $(P_{Z|t})$  é especificada pela distribuição  $P_{X|t,u}$  do processo de desenvolvimento  $X$  (dado um momento de ocorrência  $t$  e um *reporting delay*  $u$ ) e pela distribuição  $P_{U|t}$  do *reporting delay* (dado um momento de ocorrência  $t$ ).

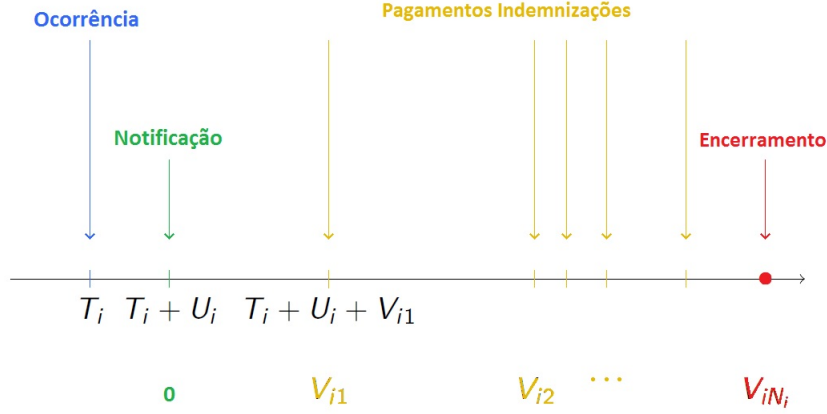


Figura 3.2: Desenvolvimento do processo de sinistro.

Considera-se que ao longo de um processo de sinistro podem ocorrer três tipos de eventos distintos:

- Tipo 1: evento em que ocorre encerramento do processo de sinistro sem pagamento de indemnização;
- Tipo 2: evento em que ocorre encerramento do processo de sinistro com pagamento de indemnização;
- Tipo 3: evento em que ocorre pagamento de uma indemnização sem encerramento do processo de sinistro.

Assim, de acordo com o descrito acima, considera-se que para um sinistro  $i$ , o processo de desenvolvimento  $X_i$  é dado por

$$\{T_i, U_i, (V_{ij}, E_{ij}, P_{ij}), \text{ com } j = 1, 2, \dots, J_i\}. \quad (3.6)$$

Considera-se que  $E(V_{ij}) := E_{ij}$  é o tipo do  $j$ -ésimo evento e  $P(V_{ij}) := P_{ij}$  é o valor da indemnização paga  $V_{ij}$  unidades de tempo depois da abertura do sinistro <sup>1</sup>.

Seja  $\tau$  o momento de observação do processo de sinistro. De acordo com  $\tau$  podem distinguir-se três tipos de sinistros e, consequentemente, três tipos de reserva:

- se  $T_i + U_i > \tau$  e  $T_i < \tau$ , o sinistro ocorreu mas não foi ainda reportado ao segurador, pelo que este não sabe da sua existência e, por esse facto, o processo de desenvolvimento

---

<sup>1</sup>Note-se que, para o caso em estudo, se considera que o momento de notificação do sinistro à empresa de seguros e a data de abertura do sinistro são sempre coincidentes.

do sinistro é completamente desconhecido no momento de observação  $\tau$ . Trata-se de um sinistro IBNR;

- se  $T_i + U_i \leq \tau$  e o sinistro é observado no momento  $(\tau - T_i - U_i)$ , ou seja, só a parte do processo  $(E_i(\nu), P_i(\nu))_{\nu \in [0, \tau - T_i - U_i]}$  foi observada, o que significa que o sinistro já foi reportado ao segurador e o seu desenvolvimento é conhecido parcialmente. Trata-se de um sinistro RBNS;
- se  $T_i + U_i \leq \tau$  e é conhecido todo o desenvolvimento do processo de sinistro, ou seja, foram observados os eventos  $(E_i(\nu), P_i(\nu))_{\nu \in [0, V_i]}$ , trata-se de um sinistro fechado.

Para definir o processo de Poisson marcado associado à ocorrência de sinistros, considere-se  $\lambda$  como a intensidade do processo e  $(P_{Z|t})_{t \geq 0}$  a distribuição da marca associada, onde  $t$  é o momento de ocorrência do sinistro.

Assim, o processo de desenvolvimento para sinistros encerrados é dado pelo processo de Poisson no espaço de sinistros  $\mathcal{C} = [0, \infty[ \times [0, \infty[ \times \chi$  com intensidade

$$\lambda(dt) \times \underbrace{P_{U|t}(du)}_{(1)} \times \underbrace{P_{X|t,u}(dx)}_{(2)} \quad \text{com} \quad (t, u, x) \in \mathcal{C}. \quad (3.7)$$

O processo de sinistro para os sinistros RBNS é dado pelo processo de Poisson no espaço de sinistros  $\mathcal{C}^r = \{(t, u, x) | t + u \leq \tau\}$  com intensidade

$$\begin{aligned} & \lambda(dt) \times P_{U|t}(du) \times P_{X|t,u}(dx) \times 1_{\{(t,u,x) \in \mathcal{C}^r\}} = \\ & = \underbrace{\lambda(dt) P_{U|t}(\tau - t) 1_{\{t \in [0, \tau]\}}}_{(a)} \times \underbrace{\frac{P_{U|t}(du) 1_{\{u \leq \tau - t\}}}{P_{U|t}(\tau - t)}}_{(b)} \times \underbrace{P_{X|t,u}(dx)}_{(c)} \end{aligned} \quad (3.8)$$

De forma análoga, o processo de sinistro para os sinistros IBNR é dado pelo processo de Poisson no espaço de sinistros  $\mathcal{C}^i = \{(t, u, x) | t \leq \tau, t + u > \tau\}$  com intensidade

$$\underbrace{\lambda(dt) (1 - P_{U|t}(\tau - t)) 1_{\{t \in [0, \tau]\}}}_{(a)} \times \underbrace{\frac{P_{U|t}(du) 1_{\{u > \tau - t\}}}{1 - P_{U|t}(\tau - t)}}_{(b)} \times \underbrace{P_{X|t,u}(dx)}_{(c)} \quad (3.9)$$

Facilmente observamos que a intensidade dos dois processos é constituída por três blocos distintos: intensidade do processo relativo ao número de sinistros ocorridos (a), número de sinistros reportados (b) e distribuição da marca associada ao processo de desenvolvimento do sinistro (c).

Para posterior simulação do processo deve considerar-se um estimador para a verosimilhança do processo.

A parte já observada do processo consiste no desenvolvimento até ao momento  $\tau$  de sinistros reportados antes de  $\tau$  e pode escrever-se como:

$$(T_i^0, U_i^0, X_i^0)_{i \geq 1}$$

O processo de sinistro é observado  $\tau - T_i^0 - U_i^0$  unidades de tempo após a sua abertura.

Assim, de acordo com as funções distribuição de probabilidade definidas para o processo de sinistro, a verosimilhança do processo de Poisson marcado é dada por:

$$\begin{aligned} \Lambda(obs) \propto & \left\{ \prod_{i \geq 1} \lambda(T_i^0) P_{U|t}(\tau - T_i^0) \right\} \exp \left( - \int_0^\tau w(t) \lambda(t) P_{U|t}(\tau - t) dt \right) \\ & \times \left\{ \prod_{i \geq 1} \frac{P_{U|t}(dU_i^0)}{P_{U|t}(\tau - T_i^0)} \right\} \times \prod_{i \geq 1} P_{X|t,u}^{\tau - T_i^0 - U_i^0}(dX_i^0) \end{aligned} \quad (3.10)$$

O último termo desta expressão corresponde ao momento de observação do desenvolvimento do processo de sinistro  $\tau - T_i^0 - U_i^0$  unidades de tempo depois da sua notificação.  $w(t)$  corresponde à distribuição do valor da medida *exposure* no momento  $t$ . A medida *exposure* diz respeito a uma unidade de medida do valor do risco segurado pela companhia sobre um dado período de tempo. Ou seja, diz respeito à quantificação do risco de um determinado sujeito estar exposto à possibilidade de uma determinada perda devido a algum risco ou contingência. Esta medida pode ser tratada como uma taxa de risco que expressa o potencial de acidente para um determinado indivíduo (exposição ao risco). O valor desta medida é definido pela empresa de seguros em causa.

Para cada tipo de evento que pode ocorrer no desenvolvimento de um sinistro, é possível estimar uma (*hazard rate*):

- $h_{se}$  é a *hazard rate* relativa ao encerramento de sinistro sem pagamento de indemnização;
- $h_{sep}$  é a *hazard rate* relativa ao encerramento de sinistro com pagamento de indemnização;
- $h_p$  é a *hazard rate* relativa ao pagamento de uma determinada indemnização.

Deste modo, a verosimilhança pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned} \Lambda(obs) &\propto \left\{ \prod_{i \geq 1} \lambda(T_i^0) P_{U|t}(\tau - T_i^0) \right\} \exp \left( - \int_0^\tau w(t) \lambda(t) P_{U|t}(\tau - t) dt \right) \\ &\times \left\{ \prod_{i \geq 1} \frac{P_{U|t}(dU_i^0)}{P_{U|t}(\tau - T_i^0)} \right\} \times \prod_{i \geq 1} \prod_j \left( h_{se}^{\delta_{ij1}}(V_{ij}) \times h_{sep}^{\delta_{ij2}}(V_{ij}) \times h_p^{\delta_{ij3}}(V_{ij}) \right) \\ &\times \exp \left( - \int_0^{\tau_i} (h_{se}(u) + h_{sep}(u) + h_p(u)) du \right) \times \prod_{i \geq 1} \prod_{j'} P_p(dP_{ij'}). \end{aligned} \quad (3.11)$$

Para otimização da função verosimilhança do processo de ocorrência de sinistros, utiliza-se função verosimilhança para a distribuição apresentada de seguida na equação(3.12):

$$\left\{ \prod_{i \geq 1} \lambda(T_i^0) P_{U|t}(\tau - T_i^0) \right\} \exp \left( - \int_0^\tau w(t) \lambda(t) P_{U|t}(\tau - t) dt \right) \quad (3.12)$$

Para obter a melhor aproximação é necessário otimizar a expressão (3.12) sobre  $\lambda(t)$ . Para isso, considera-se  $\lambda(t) = \lambda_l$  constante por partes, para  $d_{l-1} \leq t < d_l$ , com  $l = 1, \dots, m$  e  $d_0 = 0$ . Considera-se também que  $\tau \in [d_{m-1}, d_m[$  e  $w(t) = w_l$  para  $d_{l-1} \leq t < d_l$ . Seja a variável  $\delta_1(l, t_i)$  é igual a 1 se  $d_{l-1} \leq t_i < d_l$ , sendo  $t_i$  o momento de ocorrência do sinistro  $i$ . O número de sinistro que ocorreram no intervalo  $[d_{l-1}, d_l[$  é dado por:

$$N_{OC} = \sum_i \delta_1(l, t_i) \quad (3.13)$$

Considerando os diferentes momentos de ocorrência, a função verosimilhança (3.12) pode ser reescrita como

$$\begin{aligned} &\lambda_1^{N_{OC}(1)} \lambda_2^{N_{OC}(2)} \dots \lambda_m^{N_{OC}(m)} \left\{ \prod_{i \geq 1} P_{U|t}(\tau - t_i) \right\} \\ &\times \exp \left( - \lambda_1 w_1 \int_0^{d_1} P_{U|t}(\tau - t) dt \right) \exp \left( - \lambda_2 w_2 \int_{d_1}^{d_2} P_{U|t}(\tau - t) dt \right) \\ &\times \dots \exp \left( - \lambda_m w_m \int_{d_{m-1}}^{d_m} P_{U|t}(\tau - t) dt \right) \end{aligned} \quad (3.14)$$

Optimizando a expressao sobre  $\lambda(l)$ , com  $l = 1, \dots, m$ , obtém-se o estimador:

$$\hat{\lambda}_l = \frac{N_{OC}(l)}{w_l \int_{d_{l-1}}^{d_l} P_{U|t}(\tau - t) dt}. \quad (3.15)$$

Recorde-se que  $N_{OC}(l)$  diz respeito ao número de sinistros ocorridos para o intervalo de tempo  $[d_{l-1}, d_l[$ , e  $w_l$  diz respeito à medida *exposure* para o intervalo de tempo considerado.

## Previsão de sinistros e *cash-flows* futuros

Para previsão do *cash-flow* futuro relativamente aos sinistros ocorridos é necessário distinguir aqueles que já foram reportados ao segurador (RBNS) daqueles que não foram ainda reportados (IBNR), procedendo-se, para isso, do seguinte modo: numa primeira fase, calcula-se o número de sinistros IBNR ocorridos até ao momento presente e simula-se o *reporting delay* respetivo. Numa segunda fase, simula-se o desenvolvimento do processo de sinistro (que corresponde aos pagamentos efetuados e seus montantes) considerando todos os sinistros de forma agregada (IBNR e RBNS). O algoritmo é aplicado por passos de acordo com o descrito abaixo.

### Previsão de sinistros IBNR

- **Passo 1:** Simula-se o número de sinistros IBNR no intervalo de tempo  $[0, \tau]$  e os respetivos momentos de ocorrência. Os sinistros IBNR seguem um processo de Poisson com intensidade

$$w(t)\lambda(t)(1 - P_{U|t}(\tau - t)),$$

onde  $\lambda(t)$ , é constante por partes. Assim, se se considerar  $N_{\text{IBNR}}(l)$  o número de sinistros que ocorrem no intervalo de tempo  $[d_{l-1}, d_l[$ , tem-se que:

$$N_{\text{IBNR}}(l) \sim \text{Poisson}\left(\lambda_l w_l \int_{d_{l-1}}^{d_l} (1 - P_{U|t}(\tau - t)) dt\right)$$

- **Passo 2:** Simula-se o *reporting delay* para cada sinistro IBNR. Dado o momento de ocorrência  $t$  de um sinistro IBNR, o seu *reporting delay* obtém-se invertendo a distribuição:

$$P(U \leq u | U > \tau - t) = \frac{P(\tau - t < U \leq u)}{1 - P(U \leq \tau - t)}$$

### Previsão do desenvolvimento dos processos de sinistro IBNR e RBNS

Tal como afirmado anteriormente, conhecido o número de sinistros e o respetivo *reporting delay* para os sinistros IBNR, considera-se uma simulação única para os dois tipos de sinistros (IBNR e RBNS).

- **Passo 3:** Simula-se o momento exato do evento seguinte. No caso dos sinistros RBNS, o momento de observação  $c$  do sinistro é conhecido. Para os sinistros IBNR considera-se que o momento de observação é dado por  $c = 0$ . O evento seguinte  $v_{\text{next}}$  pode ocorrer



em qualquer momento  $v_{\text{next}} > c$ . Para simular  $v_{\text{next}}$  inverte-se a distribuição

$$P(V < v_{\text{next}} | V > c) = p.$$

Da relação entre a *hazard rate*  $h_e$  e a função de distribuição acumulada sabe-se que:

$$P(V \leq v_{\text{next}}) = 1 - \exp\left(-\int_0^{v_{\text{next}}} \sum_e h_e(t) dt\right), \text{ com } e \in \{se, sep, p\}.$$

- **Passo 4:** Simula-se o tipo de evento cujo momento de ocorrência foi simulado no Passo 3. Simulado um tempo exato  $v$  para o evento seguinte, ele pode ser do tipo  $e \in \{se, sep, p\}$  com probabilidade:

$$\frac{h_e(v)}{\sum_e h_e(v)}$$

- **Passo 5:** Simula-se o valor do pagamento correspondente ao tipo de evento simulado no Passo 4. Os pagamentos são obtidos a partir da distribuição que mais se adaptar aos dados do histórico disponível.
- **Passo 6:** Parar ou voltar ao Passo 3. Dependendo do tipo de evento simulado no Passo 4, a simulação continua ou pára caso o evento simulado seja o encerramento do processo.



# Capítulo 4

## Caso de Estudo

Este capítulo encontra-se dividido em duas partes. Numa primeira parte aplica-se o método de Chain-Ladder, método mais utilizado para cálculo das provisões técnicas, considerando o conjunto de dados disponibilizado pela Ageas. Numa segunda fase, para o mesmo conjunto de dados é feita uma análise *micro-level* do processo de desenvolvimento dos sinistros para uma posterior aplicação do modelo *micro-level* estudado.

O conjunto de dados diz respeito ao registo dos sinistros ocorridos no período de 1 de Janeiro de 2012 a 31 de Dezembro de 2016 para uma carteira de apólices de seguros não vida do ramo multi-risco habitação (MRH). Para cada sinistro é conhecida a sua data de ocorrência, a data de abertura do processo, o número de indemnizações pagas ao segurado, as respetivas datas de transação e respetivos valores, bem como o estado (aberto ou encerrado) em que se encontra o processo de sinistro e a data da última transação efetuada. Note-se que, para o caso em que os sinistros se encontram encerrados, esta data corresponde também à data de encerramento do processo de sinistro. O conjunto de dados é composto por 98 138 transações (a cada uma corresponde o pagamento de uma prestação de indemnização ao segurado) relativas a 55 606 sinistros diferentes ocorridos durante o período acima indicado. Destes 55 606 sinistros, 54 178 encontram-se encerrados e 1 428 encontram-se abertos no fim do período considerado, dia 31 de dezembro de 2016. Na Tabela 4.1 observa-se parte do conjunto de dados descrito.

Por exemplo, para o sinistro com código de identificação (campo da tabela "ID Sinistro") terminado em "46" foram pagas, em três momentos distintos, prestações de indemnização iguais a 725.00 €, 495.00€, 153.75€, totalizando assim um valor igual a 1373.75 €. Sabe-se também que o sinistro ocorreu no dia 5 de janeiro de 2012, foi reportado e aberto o seu

ID Sinistro	Montante Pago	Data de Pagamento	Estado do Sinistro	Data de Ocorrência	Data de Abertura	Data da Última Transação
xxxxxxxxxxx46	153.75	2012-01-30	encerrado	2012-01-05	2012-01-06	2012-04-26
xxxxxxxxxxx46	725.00	2012-02-28	encerrado	2012-01-05	2012-01-06	2012-04-26
xxxxxxxxxxx46	495.00	2012-04-12	encerrado	2012-01-05	2012-01-06	2012-04-26

Tabela 4.1: Exemplo de algumas observações do conjunto de dados considerado para o estudo relativas a um determinado sinistro ocorrido. Os montantes pagos encontram-se expressos em euros.

processo no dia 6 de janeiro de 2012 e foi encerrado no dia 12 de abril de 2012 com o pagamento da última prestação.

## 4.1 Aplicação do Método de Chain-Ladder

Para aplicação do método de Chain-Ladder, como já referido anteriormente, é necessário, numa primeira fase, colocar os valores das indemnizações pagas numa matriz de triângulos *run-off*, com valores acumulados. Para elaboração das tabelas e aplicação do método [MCL](#) foi utilizado o pacote 'ChainLadder' para o *software* de estatística 'R'.

Para o conjunto de dados considerado obtém-se a matriz de valores acumulados observada na Tabela [4.2](#):

AO / AD	1	2	3	4	5
<b>2012</b>	9 349 098	12 754 869	12 891 027	12 965 820	12 996 790
<b>2013</b>	13 003 242	16 787 363	17 099 858	17 492 807	
<b>2014</b>	10 231 752	13 992 338	14 132 088		
<b>2015</b>	6 487 236	9 233 868			
<b>2016</b>	6 948 211				

Tabela 4.2: Triângulo *run-off* constituído pelos valores acumulados das indemnizações pagas, em euros, para o conjunto de dados considerado.

A partir dos valores apresentados na matriz da Tabela [4.2](#) podemos constatar que, até ao final do ano de 2016, foram pagos 60 803 764 euros por sinistros ocorridos entre 2012 e 2016.

$$12\,996\,790 + 17\,492\,807 + 14\,132\,088 + 9\,233\,868 + 6\,948\,211 = 60\,803\,764$$

Ainda que o período de observação não seja muito alargado, observando a Figura 4.1 é possível constatar que o comportamento ao longo dos anos de desenvolvimento é idêntico para os diferentes anos de ocorrência.

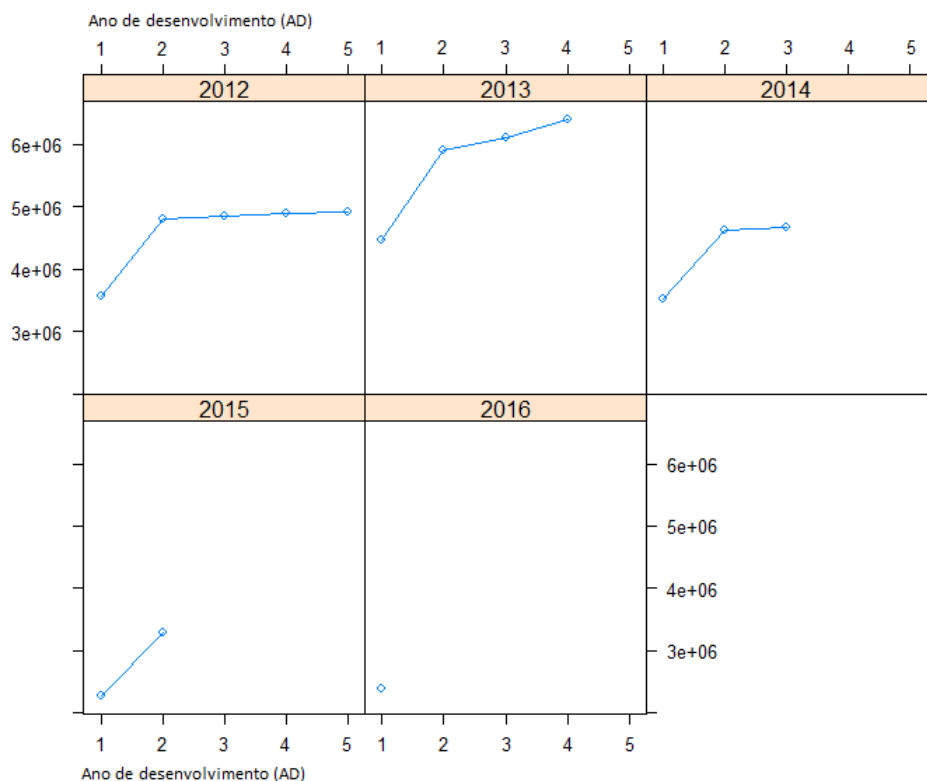


Figura 4.1: Representação gráfica dos montantes de indemnizações pagos acumulados, em euros, para cada ano de ocorrência do sinistro em função do ano de desenvolvimento.

Armazenados os dados no triângulo *run-off*, calculam-se os fatores de desenvolvimento e, de acordo com esses fatores, preenche-se a parte triangular inferior do triângulo *run-off* representado na Tabela 4.2. Na Tabela 4.3 observam-se os resultados obtidos. Note-se que os valores representados a cor cinzenta correspondem aos pagamentos, em valor acumulado, efetuados no período de desenvolvimento que se segue. A cada diagonal preenchida correspondem os pagamentos acumulados para um determinado ano de calendário por sinistros ocorridos entre o período de 2012 e 2016.

Na Tabela 4.4 é possível observar os pagamentos finais previstos, os pagamentos efetuados até ao final do exercício (dia 31 de dezembro de 2016) e o valor das provisões técnicas a constituir para fazer face às obrigações com os segurados.

Para sinistros que ocorreram no período de Janeiro de 2012 a Dezembro de 2016, o valor

AO/AD	1	2	3	4	5
<b>2012</b>	9 349 098	12 754 869	12 891 027	12 965 820	12 996 790
<b>2013</b>	13 003 242	16 787 363	17 099 858	17 492 807	17 534 589
<b>2014</b>	10 231 752	13 992 338	14 132 088	14 352 494	14 386 776
<b>2015</b>	6 487 236	9 233 868	9 358 671	9 504 630	9 527 332
<b>2016</b>	6 948 211	9 384 024	9 510 856	9 659 188	9 682 260
<b>fator</b>	1	1.350567	1.013516	1.015596	1.002389

Tabela 4.3: Triângulo *run-off* das indemnizações pagas para o conjunto de dados em estudo

Ano de Ocorrência	Indemnizações Pagas até ao Fim de 2016	Pagamentos Finais Previstos	Reserva
<b>2012</b>	12 996 790	12 996 790	0
<b>2013</b>	17 492 807	17 534 589	41 782
<b>2014</b>	14 132 088	14 386 776	254 688
<b>2015</b>	9 233 868	9 527 332	293 464
<b>2016</b>	6 948 211	9 682 260	2 734 049

Tabela 4.4: Cálculo da reserva, por ano de ocorrência do sinistro, à data de 1 de janeiro de 2017.

total da reserva a constituir para a empresa de seguros fazer face às suas obrigações futuras para com os segurados é igual a 3 323 983 euros. Este valor corresponde à soma dos valores da última coluna da Tabela 4.4.

## 4.2 Análise *Micro-level* do Processo de Sinistro

Como já referido anteriormente, a análise *micro-level* do processo de desenvolvimento dos sinistros tem em vista a simulação de um processo de Poisson marcado e o cálculo de uma estimativa para o valor da reserva. É por isso, muito importante, a análise e modelação considerada para cada um dos momentos do processo de sinistro. A função verosimilhança é composta por cinco blocos diferentes que dizem respeito a um atributo particular do processo. Assim, para aplicação do modelo *micro-level* é necessário, em primeiro lugar, estudar o comportamento das variáveis do processo para cada um destes blocos.

### Número de Sinistros Ocorridos

Na Figura 4.2 observa-se o histograma relativo ao número de sinistros ocorridos, por mês, no período em estudo. O mês de ocorrência 1 corresponde ao mês de Janeiro de 2012, o mês de ocorrência 2 corresponde ao mês de Fevereiro de 2012 e assim sucessivamente até ao mês 60 que corresponde ao mês de ocorrência de Dezembro de 2016.

Como se pode observar, o número de sinistros ocorridos não varia de forma muito abrupta ao longo do tempo. Exceção a esta afirmação é o mês de desenvolvimento 13 (Janeiro de 2013), no qual se verifica uma ocorrência de mais de 4000 sinistros que se deve à ocorrência da Tempestade Gong nos dias 18 e 19 de janeiro de 2013. Por observação da Tabela 4.5 e da Figura 4.3 supõe-se que no futuro o número de sinistros, em média, se manterá aproximadamente constante. É possível constatar que ocorrem mais sinistros nos primeiros meses do ano.

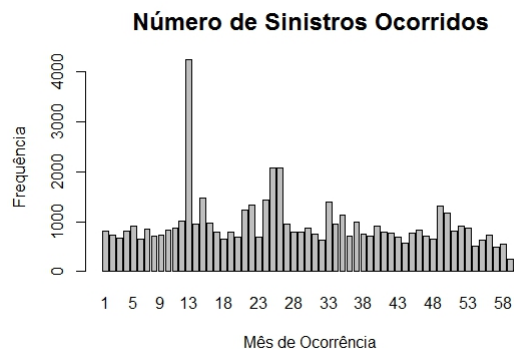


Figura 4.2: Número de sinistros ocorridos observados no período de 1 de Janeiro de 2012 a 31 de Dezembro de 2016.

Ano de Ocorrência	Número de Sinistros
2012	9637
2013	15307
2014	13171
2015	17264
2016	9179
<b>Total</b>	<b>55606</b>

Tabela 4.5: Número de sinistros ocorridos no período de observação, 2012 a 2016, por ano de ocorrência.

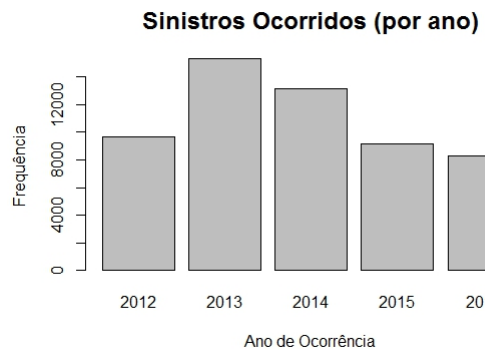


Figura 4.3: Número de sinistros ocorridos por ano considerado.

Mês de Ocorrência	Número de Sinistros
Janeiro	1890
Fevereiro	1138
Março	923
Abril	884
Maio	833
Junho	694
Julho	747
Agosto	670
Setembro	930
Outubro	900
Novembro	737
Dezembro	773

Tabela 4.6: Número de sinistros ocorridos, em média, por mês do ano, no período considerado.

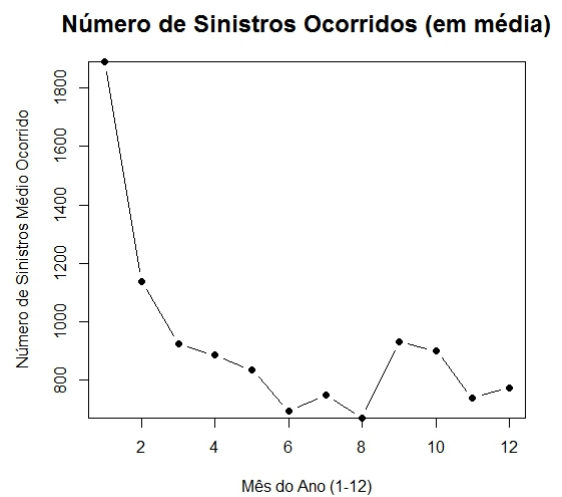


Figura 4.4: Número de sinistros ocorridos, em média, por mês do ano, no período considerado.

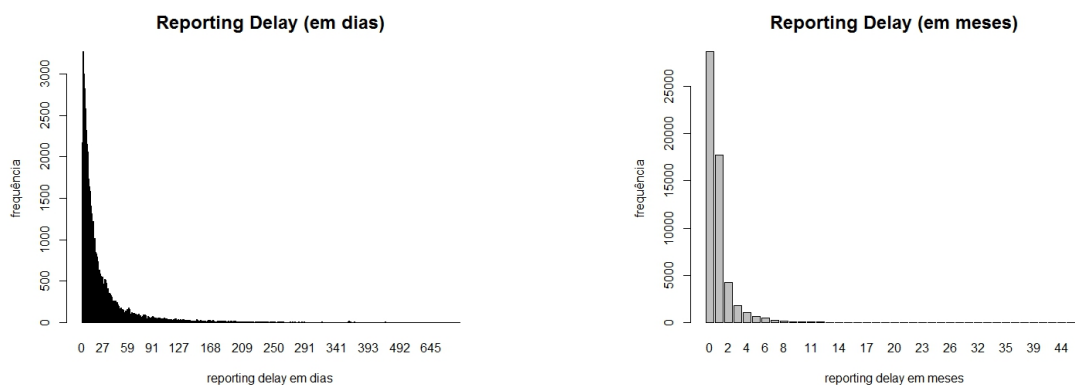
Para simulação da reserva optou-se por considerar uma taxa de ocorrência constante para cada mês do ano. Para cálculo dessa mesma taxa considera-se o número de sinistros ocorridos, em média, por mês do ano, no período observado. Os valores obtidos encontram-se



na Tabela 4.6 e Figura 4.4. Assim, a ocorrência de sinistros no mês de Janeiro é dada por  $\lambda_1 = 1890$ , independentemente do ano de ocorrência. Para o mês de Fevereiro  $\lambda_2 = 1138$ , para o  $\lambda_3 = 923$ , e assim sucessivamente até ao mês de Dezembro para o qual  $\lambda_{12} = 773$ .

## Reporting Delay

O *reporting delay* é calculado como o número de dias, meses ou anos (de acordo com a análise a efetuar) entre a data de ocorrência e data de reporte do sinistro ao segurador. Nas figuras 4.5a e 4.5b é possível observar a distribuição do *reporting delay* em dias e em meses para o histórico disponível.



(a) Distribuição do *reporting delay* em dias. (b) Distribuição do *reporting delay* em meses.

Figura 4.5: Histograma do *reporting delay* em dias (à esquerda) e em meses (à direita) para o histórico considerado.

Constata-se que a maioria dos sinistros são reportados nos dias imediatamente após a sua ocorrência. Este é um dado importante, pois permite perceber que o cálculo da reserva IBNR não será tão preponderante relativamente ao cálculo da reserva RBNS. Estas afirmações são reiteradas pela observação da Tabela 4.7 e Tabela 4.8 com os valores dos percentis observados para o *reporting delay* do histórico disponível. Verifica-se que 99,5% dos sinistros são reportados à seguradora até um ano após a sua ocorrência, sendo que 75% são reportados até um mês após a sua ocorrência.

Percentil	Min.	25%	50%	75%	95%	99%	99.5%	Max.
<i>Reporting delay</i> (em dias)	0	5	12	31	115	251	336	1488

Tabela 4.7: Valor dos percentis, em dias, para o *reporting delay* do histórico disponível, arredondado às unidades.

Percentil	Min.	25%	50%	75%	95%	99%	99.5%	Max.
<i>Reporting delay</i> (em meses)	0	0	0	1	4	8	11	49

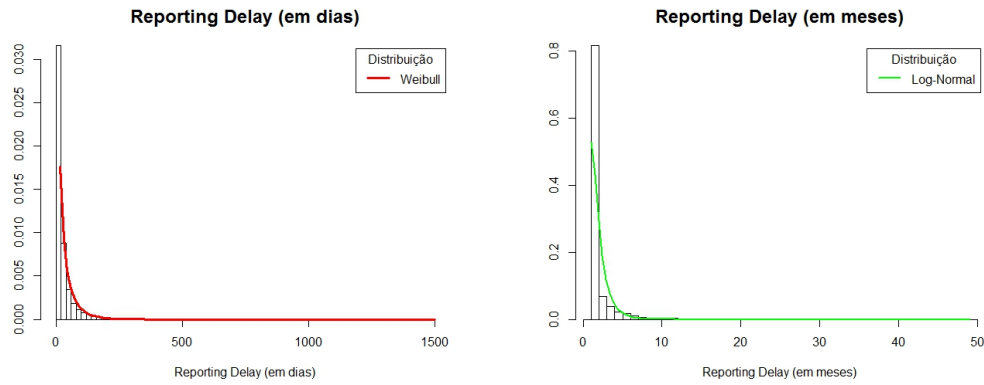
Tabela 4.8: Valor dos percentis, em meses, para o *reporting delay* do histórico disponível, arredondado às unidades.

De forma a compreender o comportamento da variável *reporting delay* para os valores, em dias, iguais ou inferiores a 7, apresenta-se na Tabela 4.9 o número de sinistros reportados por dia, até uma semana após a sua ocorrência. Como podemos observar pela tabela o número de sinistros reportados diminui sempre com o aumento do *reporting delay*, à exceção dos sinistros reportados no próprio dia da sua ocorrência, o que sugere que deve que na modelação desta variável deve ser utilizada uma distribuição de probabilidade mista, por forma a distinguir os sinistros com *reporting delay* igual a zero.

<i>Reporting Delay</i> (em dias)	Número de sinistros
<b>0</b>	2175
<b>1</b>	3270
<b>2</b>	3003
<b>3</b>	2823
<b>4</b>	2584
<b>5</b>	2326
<b>6</b>	2151
<b>7</b>	2058
<b>Total</b>	<b>20390</b>

Tabela 4.9: Número de sinistros reportados até sete dias após a sua ocorrência.

Assim, para o *reporting delay* em dias considera-se uma probabilidade constante igual a 0.04 para a ocorrência de sinistros com *reporting delay* igual a 0 e considera-se que, a partir do valor do *reporting delay* igual a 1 esta variável segue uma distribuição *Weibull* de parâmetros escala igual a 25.08 e forma igual a 0.77. Para o *reporting delay* em meses considera-se uma probabilidade constante igual a 0.52 para sinistros ocorridos com *reporting delay* igual a zero e uma distribuição log-normal para sinistros ocorridos com *reporting delay* superior a 1 com média igual a 0.39 e desvio-padrão igual a 0.62. As distribuições consideradas podem ser observadas nas figuras 4.6a e 4.6b e foram obtidas com o auxílio do software R, utilizando métodos de ajustamento aos dados. A escolha da distribuição final foi feita com o auxílio de testes de hipóteses.



(a) Distribuição para o *reporting delay*, em dias, e curva da distribuição Weibull ajustada aos dados. (b) Distribuição para o *reporting delay*, em meses, e curva da distribuição Log-Normal ajustada aos dados.

Figura 4.6: *Reporting delay* considerado e respetiva distribuição ajustada.

## Tipo de Sinistros Ocorridos

Considera-se que ao longo do processo de sinistro podem ocorrer dois tipos de eventos diferentes. O evento do tipo 1 que corresponde ao pagamento de uma indemnização e encerramento do processo de sinistro (ou seja, para o caso em estudo, só pode existir um único evento deste tipo por sinistro ocorrido). O evento do tipo 2 diz respeito ao pagamento de uma indemnização sem encerramento do sinistro. Na Figura 4.7 é possível observar o gráfico de barras relativo à ocorrência destes eventos. Foram registados 55068 eventos do tipo 1 e 43070 do tipo 2. Na Figura 4.8 é possível observar o número de eventos dos dois tipos que ocorreram ao longo dos meses de desenvolvimento. O facto de haver mais eventos

do tipo 1 leva a crer que os processos de sinistro em causa têm poucos eventos, havendo mesmo uma grande parte em que apenas ocorre pagamento de uma única indemnização.

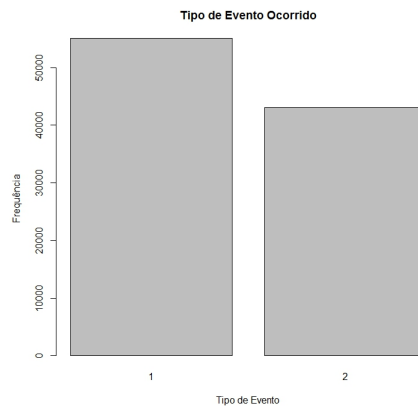


Figura 4.7: Frequência dos eventos observados segundo os tipos 1 e 2.

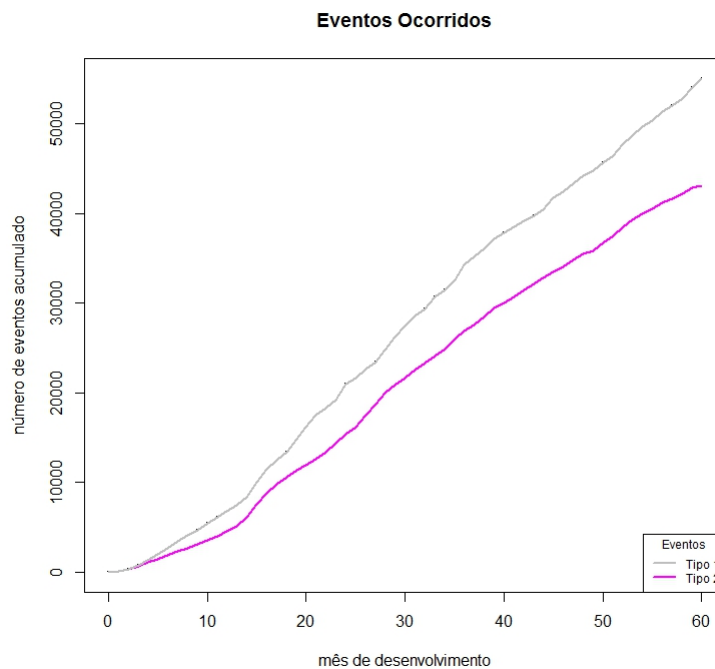


Figura 4.8: Frequência acumulada dos eventos observados segundo os tipos 1 e 2.

## Processo de desenvolvimento do sinistro

Como referido anteriormente, o processo de desenvolvimento do sinistro pode ser representado por um processo de Poisson marcado onde o primeiro ponto corresponde à data de ocorrência do sinistro e o eixo das abcissas corresponde ao momento de ocorrência de cada um dos eventos registados ao longo do desenvolvimento do processo de sinistros.

Na Figura 4.9 é possível observar o processo de desenvolvimento para três sinistros extraídos, como exemplo, do histórico de dados disponível.

Atente-se, por exemplo, no primeiro sinistro considerado (à esquerda) na Figura 4.9. Os dois primeiros pontos assinalados correspondem à data de ocorrência e data de comunicação do sinistro ao segurador. De seguida, verifica-se que ocorreram três "saltos" consecutivos, sendo que a amplitude do primeiro é cerca de metade da amplitude dos outros dois. Ou seja, houve o pagamento de três indemnizações ao segurado em três momentos distintos. O último ponto, cujo "salto" tem amplitude nula corresponde ao encerramento contabilístico do sinistro (não considerado para efeitos de previsão no desenvolvimento deste projeto).

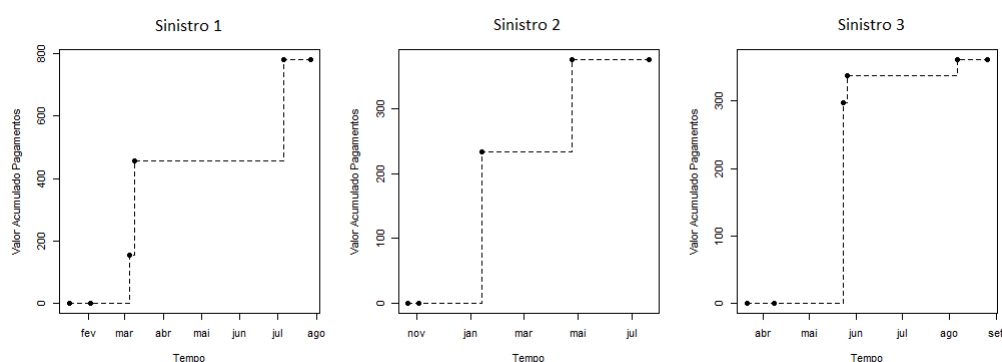


Figura 4.9: Processo de desenvolvimento de três sinistros distintos. O tempo encontra-se expresso em meses.

## Indemnizações Pagas

Numa primeira fase, de forma a conhecer o volume total de indemnizações pagas para os sinistros do ramo considerado, consideram-se os valores de montantes pagos agregados, por sinistro. Para o efeito, utiliza-se parte do conjunto de dados disponível cujos processos de sinistros se encontram encerrados. Na Figura 4.10 é possível observar a distribuição dos dados para esta variável. Na Tabela 4.10 observam-se algumas medidas de localização da amostra. A média para os montantes pagos agregados por sinistro é igual a 1 093.48 euros. A partir da observação da tabela e gráfico referidos, consta-se que a distribuição dos montantes pagos agregados é muito enviesada à direita.

Observado o comportamento dos montantes pagos agregados para o histórico disponibilizado, procura-se agora estudar o comportamento da variável que diz respeito ao pagamento de uma prestação do montante total agregado.

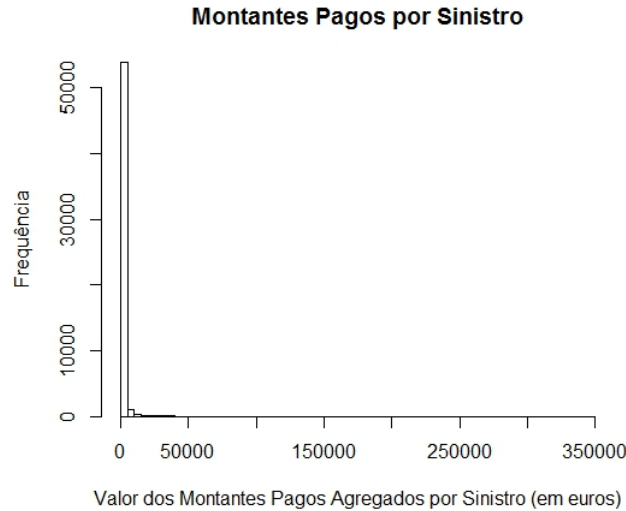


Figura 4.10: Histograma do valor total da indemnização paga por cada sinistro observado.

Quantil	Min.	25%	50%	75%	95%	99%	99.5%	Max.
Valor (em €)	1.86	153.75	426.08	978.66	3 584.15	11 273.13	17 157.02	347 634.48

Tabela 4.10: Valor dos percentis, em euros, para os montantes pagos, agregados por sinistro.

Assim sendo apresentam-se em baixo algumas medidas estatísticas que ajudam ao conhecimento desta variável.

Percentil	Min.	25%	50%	75%	95%	99%	99.5%	Max.
Valor (em euros)	0.40	105.78	153.75	479.70	2 150	7 090.51	11 361.06	342 485.61

Tabela 4.11: Valor dos percentis, em euros, para as indemnizações pagas, não agregadas.

Dado que grande parte das indemnizações são de valores muito baixos relativamente ao máximo encontrado e os dados são muito assimétricos à direita, recorreremos a transformações das variáveis para uma melhor aproximação e visualização.

Utilizando métodos gráficos, os melhores resultados foram obtidos para a transformação da raiz quadrada dos dados e podemos visualizar o seu histograma na Figura 4.11.

Por forma a compreender se os valores das prestações por indemnização pagas aos sinistrados estão relacionadas com as outras variáveis consideradas, como o *reporting delay* ou o ano de ocorrência ou o tipo de evento, observou-se de forma individual o comportamento desta variável para cada um desses acontecimentos. Os resultados obtidos podem ser observados nas figuras 4.12, 4.13 e 4.14. Podemos constatar que, a um *reporting delay* elevado

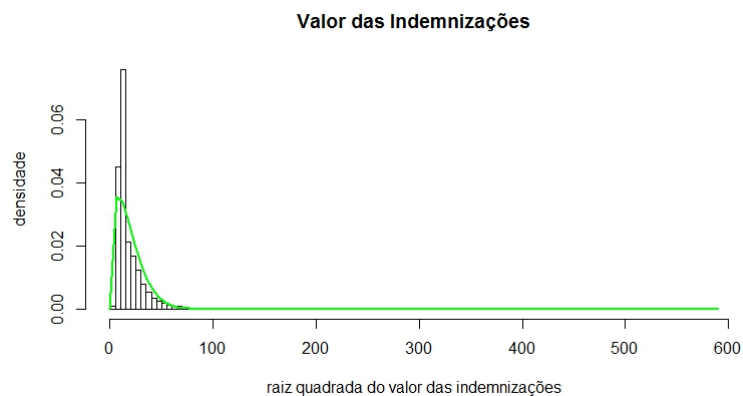


Figura 4.11: Histograma da transformação da raiz quadrática dos dados e, a verde, o gráfico da função distribuição de probabilidade de uma distribuição *Weibull* de parâmetros escala = 20.259 e forma = 1.357.

estão associados sinistros com indemnizações de valores mais elevados. Podemos também constatar que não parece existir uma relação importante entre os anos de ocorrência e os respetivos montantes pagos. O mesmo se verifica para o valor da indemnização e o tipo de evento a ela associado.

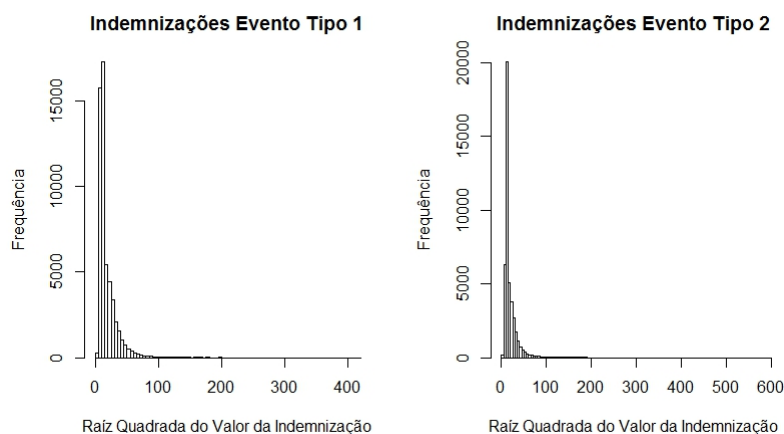


Figura 4.12: Distribuição da transformação da raiz quadrática dos dados por tipo de evento ocorrido.



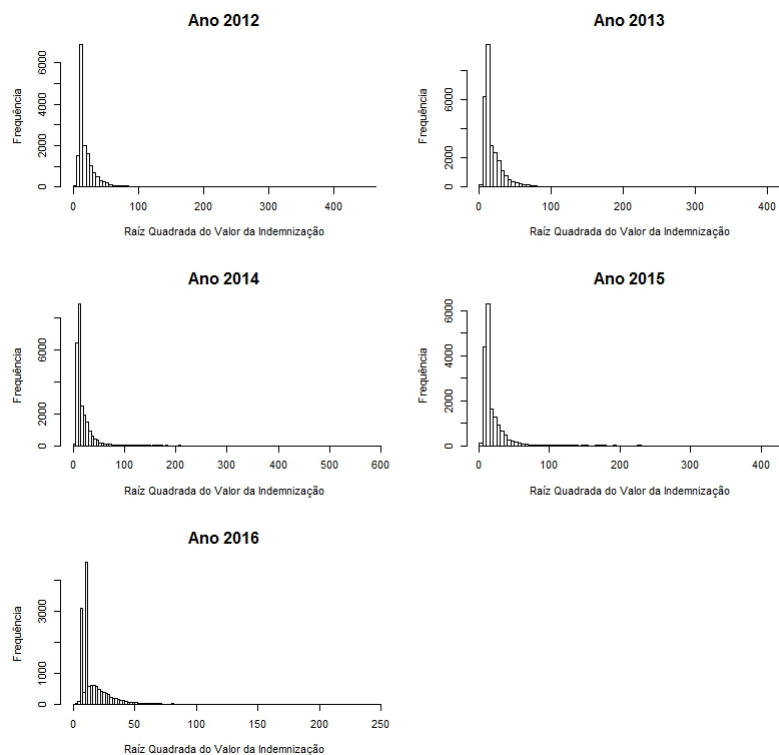


Figura 4.13: Distribuição da transformação da raiz quadrática dos dados por ano de calendário.

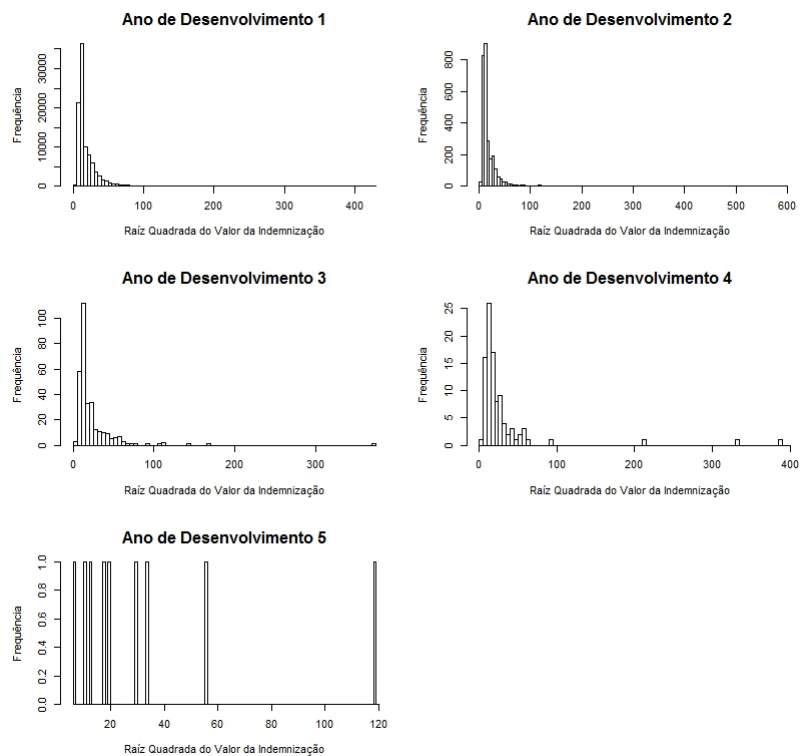


Figura 4.14: Distribuição da transformação da raiz quadrática dos dados por ano de desenvolvimento.



# Capítulo 5

## Considerações Finais

A análise *micro-level* do sinistro parece revelar-se vantajosa relativamente aos métodos que utilizam apenas a informação relativa ao montante de indemnização total pago, uma vez que permite compreender melhor o desenvolvimento dos processos de sinistro em causa e, conseqüentemente, estimar com maior rigor (e maior aproximação à realidade) as provisões técnicas que a empresa de seguros deve ter disponível em cada momento. Em tempos em que as normas que vigoram são cada vez mais exigentes parece pertinente e do interesse do ramo da atividade seguradora explorar este tipo de modelos.

No entanto, a aplicação destes modelos revela-se de grande complexidade devido ao processo de simulação do modelo em causa. Além disso, a parte do trabalho relativa à modelação e categorização dos dados implica um conhecimento abrangente da realidade e do comportamento do histórico disponível de forma a poder tomar decisões acertadas no que toca à escolha de variáveis e pressupostos considerados para modelação das mesmas.

Como trabalho futuro seria interessante passar da análise exploratória do conjunto de dados disponível para a simulação de reserva considerando os métodos que foram expostos e outros, podendo eventualmente considerar-se diferentes pressupostos e outras variáveis descritivas como, por exemplo, as coberturas da apólice acionadas para cada sinistro. Desta forma, poder-se-ia fazer uma comparação entre métodos e tirar conclusões relativamente à pertinência ou não do modelo *micro-level*.



# Bibliografia

- [1] Fernando Gilberto. Manual prático dos seguros. *Porto: Lidel-Ed. Técnicas*, 2008.
- [2] Hugo Borginho. Provisões para sinistros não vida—metodologias de estimação, 2003.
- [3] HUGO Borginho. A importância estratégica do solvência ii. *Departamento de Análise de Riscos e Solvência do ISP*, 2013.
- [4] Stefan Ekberg. Claim-level loss reserving for workers compensation insurance, 2015.
- [5] Katrien Antonio and Richard Plat. Micro-level stochastic loss reserving for general insurance. *Scandinavian Actuarial Journal*, 2014(7):649–669, 2014.
- [6] Christian Roholte Larsen. An individual claims reserving model. *ASTIN Bulletin: The Journal of the IAA*, 37(1):113–132, 2007.
- [7] AFS. Relatório da evolução da actividade seguradora - 1º semestre de 2017. Technical report, Autoridade de Supervisão de Seguros e Fundos de Pensões, 2017.
- [8] EIOPA. Orientações sobre a avaliação de provisões técnicas. Technical report, European Insurance and Occupational Pensions Authority, 2014.
- [9] R Core Team. *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria, 2013.
- [10] Markus Gesmann, Daniel Murphy, Yanwei (Wayne) Zhang, Alessandro Carrato, Giuseppe Crupi, Mario Wuthrich, and Fabio Concina. *ChainLadder: Statistical Methods and Models for Claims Reserving in General Insurance*, 2017. R package version 0.2.4.
- [11] David Harte. PtProcess: An R package for modelling marked point processes indexed by time. *Journal of Statistical Software*, 35(8):1–32, 2010.

- [12] Björn Weindorfer. A practical guide to the use of the chain-ladder method for determining technical provisions for outstanding reported claims in non-life insurance. Technical report, Technical Report 77, University of Applied Sciences bfi Vienna, 2012.